

1

107. Jahrgang
Januar 2012
ISSN 0005-9900
A 1740

Beton- und Stahlbetonbau



- Beulen von dünnen UHPFRC-Scheiben
- Hochleistungsleichtbeton unter Impakt
- Verbund vorgespannter Litzen in UHPC
- Mindestbewehrung zur Rissbreitenbegrenzung
- Biegeschlankheit nach EC2
- International Headquarter Salewa
- Ernst & Sohn Nachwuchs-Förderpreis

Peter Göttlich

Begrenzung der Biegeschlankheit nach Eurocode 2

Durchbiegungen in Stahlbetontragwerken müssen bereits im Rahmen des Entwurfes ausreichend begrenzt werden. Der Eurocode 2, der im Jahr 2012 bauaufsichtlich eingeführt wird, gibt hierzu neue Regeln vor, die im Ergebnis deutlich schärfer sind als diejenigen der DIN 1045 (Ausgabe 1988 und aktuelle Ausgabe 2008).

Die Regeln des EC2 sind ihrer Natur nach jedoch keine Entwurfsgleichungen, mit denen die Bauteildicken direkt bestimmt werden können, sondern eher zur abschließenden Kontrolle des Entwurfes geeignet. Auf der Grundlage der Nachweisgleichungen des EC2 wurden daher Diagramme als direkte Bemessungshilfe entwickelt, die ein iteratives Vorgehen weitestgehend vermeiden und Architekten und Ingenieuren die Entwurfsarbeit deutlich erleichtern sollen.

Limitation of span to depth ratio (slenderness) according to Eurocode 2

Deflections in reinforced concrete frames must already be sufficiently limited during design. The Eurocode 2, which will be implemented in 2012 in Germany, provides new rules, which are clearly more demanding than those of the DIN 1045 (issue 1988 and current issue 2008). The rules in EC2 are however, by their nature, not design equations from which the member dimensions can be directly determined. Therefore they are normally used for final verification of the design. To overcome this, design graphs, based on the design equations of EC2, have been prepared. These are meant to significantly help architects and engineers in the early stages of design by avoiding an iterative procedure as far as possible.

1 Einführung

Zur Begrenzung der Durchbiegungen in Stahlbetontragwerken muss der Entwurf der Bauteildicke einer Decke oder eines Unterzuges sehr sorgfältig erfolgen, damit innerhalb der Gebrauchsphase (Lebensdauer) des Tragwerks keine ästhetisch oder funktional störenden Verformungen auftreten.

Die Durchbiegung wird deshalb im Allgemeinen gemäß den Vorschriften [3] und [4] auf die Werte $f \leq 1/250$ (allgemeine Anforderung) bzw. $w \leq 1/500$ (erhöhte Anforderung) begrenzt.

mit:

f vertikale Verformung, bezogen auf die gerade Verbindungslinie der Lagerpunkte

w absolute, vertikale Bauteilverformung (bezogen auf die Systemlinie, bei Schalungsüberhöhung- bezogen auf die überhöhte Systemlinie)

In Deutschland erfolgte die Begrenzung der Bauteilverformung bisher durch die Begrenzung der Biegeschlankheit nach [3] und ihren Vorläufern mit den bekannten Gleichungen:

$$d \geq l_i/35 \quad (\text{allgemeine Anforderungen})$$

$$d \geq l_i^2/150 \quad (\text{erhöhte Anforderungen})$$

mit:

d statische Höhe

l_i ideale Stützweite bzw. Abstand Momentennullpunkte

Die alten Formulierungen $l_i/35$ bzw. $l_i^2/150$ berücksichtigen weder die Betongüte, den Bewehrungsgrad noch die Stahlspannung im GZG und stammen überdies aus einer Zeit (1960er Jahre), in der die Baustoffe wesentlich weniger ausgenutzt wurden als dies heute der Fall ist. Die oben genannten bisherigen Regelungen sind einfach in der Handhabung, die Ergebnisse liegen jedoch häufig auf der unsicheren Seite. Das Ausmaß der Schäden an „zuschlanken“ Konstruktionen hält sich dennoch eher in Grenzen, da im Massivbau häufig unberücksichtigte Nebentragwirkungen (Einspannungen, Zweiachsigkeit etc.) auftreten.

Die in EC2 [4] angegebenen Nachweisgleichungen sind wesentlich differenzierter, setzen jedoch die Kenntnis von Bewehrungsgrad, Betongüte und Gebrauchsspannung des Betonstahles im Zustand II voraus. Damit unterstellen sie den bereits durchgeführten Tragfähigkeitsnachweis im GZT (Grenzzustand der Tragfähigkeit) sowie eine Spannungsberechnung im GZG (Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit) mit allen zugehörigen Festlegungen (Bauteilhöhe, statische Höhe, Betongüte, Bewehrungsmenge). Die oben genannten Gleichungen dienen daher nicht dem Entwurf, sondern der nachträglichen Kontrolle des bereits designten Tragwerks. In der Literatur (vgl. [8]) wird auf die Möglichkeit einer Vorbemessung basierend z. B. auf dem Verfahren zur Begrenzung der Biegeschlankheit von Krüger, Mertzsch hingewiesen, um mit diesen Ergebnissen wiederum die Gleichungen nach EC2 zu bedienen. Das Vorgehen erscheint damit für die praktische Handhabung eher umständlich.

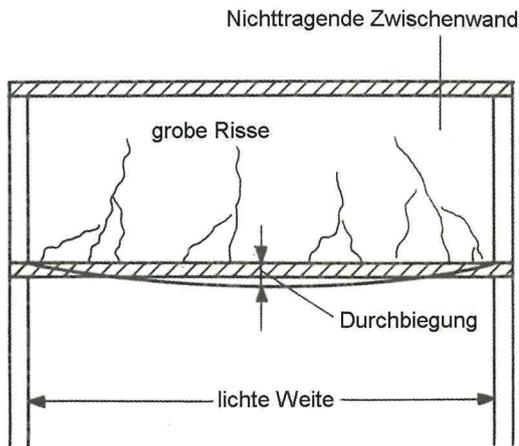


Bild 1. Links: Schäden infolge zu großer Durchbiegungen an nichttragenden Bauteilen [1]; rechts: verformungsempfindliche, randverstärkte Glaslamellen eines Einkaufszentrums [2]

Fig. 1. Left: damage due to large deflections on non-structural members [1]; right: sensitive, framed glass panes in a shopping centre [2]

Tabelle 7.4N — Grundwerte der Biegeschlankheit von Stahlbetonbauteilen ohne Normalkraft

Statisches System	K	Beton hoch beansprucht	Beton gering beansprucht
		$\rho = 1,5 \%$	$\rho = 0,5 \%$
frei drehbar gelagerter Einfeldträger; gelenkig gelagerte einachsige oder zweiachsige gespannte Platte	1,0	14	20
Endfeld eines Durchlaufträgers oder einer einachsigen gespannten durchlaufenden Platte; Endfeld einer zweiachsigen gespannten Platte, die kontinuierlich über einer längeren Seite durchläuft	1,3	18	26
Mittelfeld eines Balkens oder einer einachsigen oder zweiachsigen gespannten Platte	1,5	20	30
Platte, die ohne Unterzüge auf Stützen gelagert ist (Flachdecke) (auf Grundlage der größeren Spannweite)	1,2	17	24
Kragträger	0,4	6	8

ANMERKUNG 1 Die angegebenen Werte befinden sich in der Regel auf der sicheren Seite, und genauere rechnerische Nachweise führen häufig zu dünneren Bauteilen.
 ANMERKUNG 2 Für zweiachsige gespannte Platten ist in der Regel der Nachweis auf Grundlage der kürzeren Stützweite durchzuführen. Bei Flachdecken ist in der Regel die größere Stützweite zugrunde zu legen.
 ANMERKUNG 3 Die für Flachdecken angegebenen Grenzen sind weniger streng als der zulässige Durchhang von 1/250 der Stützweite. Erfahrungsgemäß ist dies ausreichend.

Bild 2. Werte von K aus [4], Tabelle 7.4N

Fig. 2. Values of K from [4], Table 7.4N

Die folgende Abhandlung soll daher dem Anwender in Form von direkten Bemessungsdiagrammen die Entwurfsarbeit erleichtern. Diese basieren auf den Nachweisgleichungen des EC2/NA, [4] und [5].

2 Nachweisgleichungen nach Eurocode 2

Die im Abschn. 1 genannten Anforderungen an das Gebrauchsverhalten (hier: Durchbiegung) werden nach [4], Abschnitt 7.4.2, eingehalten, wenn die folgenden Gln. erfüllt sind:

$$\left(\frac{l}{d}\right) = K \cdot \left[11 + 1,5 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \frac{\rho_o}{\rho} + 3,2 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \left(\frac{\rho_o}{\rho} - 1\right)^{\frac{3}{2}} \right] \leq \left(\frac{l}{d}\right)_{\max} \quad (1a)$$

$$\left(\frac{l}{d}\right) = K \cdot \left[11 + 1,5 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \frac{\rho_o}{\rho - \rho'} + \frac{1}{12} \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \sqrt{\frac{\rho'}{\rho_o}} \right] \leq \left(\frac{l}{d}\right)_{\max} \quad (1b)$$

mit:
 l/d Biegeschlankheit (zulässiger Wert)
 K Beiwert für statisches System (Bild 2)
 ρ_o $f_{ck}^{0,5} \cdot 10^{-3}$ = Referenzbewehrungsgrad

ρ erforderlicher Biegebewehrungsgrad im GZT (Kragträger: Einspannstelle)
 ρ' erforderlicher Druckbewehrungsgrad
 f_{ck} charakteristische Druckfestigkeit Beton
 $(l/d)_{\max}$ K · 35 für allgemeine Anforderungen (l/250)
 $(l/d)_{\max}$ K² · 150/l für erhöhte Anforderungen (l/500) zur Vermeidung von Schäden in angrenzenden Bauteilen.

Gleichung (1a) steht dabei eher für plattenartige Bauteile geringerer Beanspruchung mit einem Bewehrungsgrad $\rho \leq \rho_o$ (ρ_o = Referenzbewehrungsgrad), Gl. (1b) gilt eher für balkenartige Bauteile größerer Beanspruchung, entsprechend $\rho > \rho_o$.

Gemäß [5] sind die so errechneten Biegeschlankheiten noch auf die Maximalwerte $(l/d)_{\max}$ zu beschränken, um zu schlanken Bauteile zu vermeiden.

Die Gln. (1) bzw. die damit errechneten Werte von l/d dürfen bzw. müssen in bestimmten Fällen mit den Faktoren k_1, k_2, k_3 modifiziert werden:

$k_1 = 310/\sigma_s$, falls $\sigma_s \neq 310 \text{ N/mm}^2$ oder
 $k_1 = 310/(\alpha_A \cdot \sigma_s)$, falls $\sigma_s \neq 310 \text{ N/mm}^2$ und mehr Bewehrung eingelegt wird als aus dem GZT erforderlich ist: $\alpha_A = A_s \text{ erf} / A_s \text{ vorh}$

mit:

σ_s Stahlspannung unter der Bemessungslast im GZG im gerissenen Zustand. Der Wert 310 N/mm² ist der Bezugswert für die Gl. (1) und ergibt sich bei voller Ausnutzung der Tragfähigkeit zu $f_{yk}/(\gamma_L \cdot \gamma_s) = 500/(1,4 \cdot 1,15)$.

γ_L gewichteter Teilsicherheitsbeiwert für äußere Lasten (z. B. 1,4).

$k_2 = 0,8$ für gegliederte Querschnitte wie Plattenbalken mit $b_{eff}/b_w > 3$.

$k_3 = 7,0/l_{eff}$ für Balken und Platten mit $l_{eff} \geq 7,0$ m und jeweils erhöhten Anforderungen.

Die oberen Grenzwerte $(l/d)_{max}$ sind von den Faktoren $k_{1,2,3}$ unberührt. Den Gl. (1) bzw. der Tabelle 7.4N in Bild 2 nach EC2 liegen umfangreiche Parameterstudien von direkten Durchbiegungsberechnungen mit den Grenzbedingungen $l_{eff}/250$ bzw. $l_{eff}/500$ zugrunde. Das zugehörige Rechenverfahren hierzu wurde ebenfalls dem EC2, Abschnitt 7.4.3, entnommen, vergleiche auch [10].

3 Weitergehende Betrachtung der Nachweisgleichungen (1a), (1b)

3.1 Bezug auf den Einfeldbalken (K = 1) und Referenzbewehrungsgrad ρ_0

Als praxiserichte Vereinfachung für den Tragwerksentwurf wird der Druckbewehrungsgrad vernachlässigt ($\rho' = 0$). Weiterhin können die Gl. (1a), (1b) systemunabhängig auf den ideellen Einfeldbalken (K = 1) bezogen werden, sodass der Systemfaktor K erst am Ende der Berechnung berücksichtigt wird.

Der Faktor k_1 kann zur Berücksichtigung der Stahlspannung im GZG direkt in die Gl. (1) aufgenommen werden. Die Faktoren k_2 und k_3 können als Korrekturfaktoren ebenfalls nach Abschluss der Berechnung berücksichtigt werden. Der Referenzbewehrungsgrad $\rho_0 = f_{ck}^{0,5} \cdot 10^{-3}$ wird ebenfalls eingesetzt.

Damit ergibt sich:

$$\left(\frac{l}{d}\right) = \left[11 + 1,5 \cdot \frac{f_{ck}}{10^3 \cdot \rho} + 3,2 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \left(\frac{\sqrt{f_{ck}}}{10^3 \cdot \rho} - 1 \right)^{\frac{3}{2}} \right] \cdot \frac{310}{\sigma_s} \quad (2a)$$

$$\left(\frac{l}{d}\right) = \left[11 + 1,5 \cdot \frac{f_{ck}}{10^3 \cdot \rho} \right] \cdot \frac{310}{\sigma_s} \quad (2b)$$

mit:

l Spannweite gelenkiger Einfeldträger, beidseitig gelenkig gelagert

f_{ck} charakteristische Druckfestigkeit Beton

ρ erforderlicher Bewehrungsgrad im GZT

d statische Höhe

σ_s Stahlspannung im GZG, gerissener Zustand

3.2 Betrachtung des Bewehrungsgrades ρ

Für Balken mit den Querschnittsabmessungen $b/h/d$ kann allgemein für den Grenzzustand der Tragfähigkeit (GZT) genügend genau formuliert werden:

$$A_s^{GZT} = M_{Ed}^{GZT} / (z \cdot f_{yd}) \cong M_{Ed} / (0,85 \cdot d \cdot f_{yd}) \\ = M_{Ed} / (0,85 \cdot d \cdot f_{yk} / 1,15) = M_{Ed} / (0,74 \cdot f_{yk} \cdot d)$$

Mit $M_{Ed}^{GZT} = M_{Ed} = \gamma_L \cdot f_k \cdot l^2 / 8$ ergibt sich:

$$A_s^{GZT} = \gamma_L \cdot f_k \cdot l^2 / (8 \cdot 0,74 \cdot d \cdot f_{yk}) \\ = 10 \cdot \gamma_L \cdot f_k \cdot l^2 / (5,92 \cdot d \cdot f_{yk}) \text{ bzw.}$$

$$A_s^{GZT} = 1,69 \cdot \gamma_L \cdot f_k \cdot l^2 / (d \cdot f_{yk}) \quad (3)$$

mit:

A_s^{GZT} im GZT notwendige Biegezugbewehrung in [cm²]

M_{Ed}^{GZT} im GZT vorhandenes Bemessungsmoment in [kNm]

z $\cong 0,85 d$ = angenäherter Hebelarm der inneren Kräfte im GZT

f_{yd} Bemessungswert Streckgrenze Betonstahl in [N/mm²]

f_{yk} charakteristischer Wert der Streckgrenze des Betonstahls in [N/mm²]

γ_L gewichteter Teilsicherheitsbeiwert für äußere Lasten (z. B. 1,4)

$f_k = g_k + q_k$ = charakteristische, äußere Volllast in [kN/m]

g_k charakteristische ständige Last in [kN/m]

q_k charakteristische veränderliche Last in [kN/m]

l Spannweite ideeller Einfeldträger in [m]

d statische Höhe [m]

10 Dimensionsfaktor

Daraus ermittelt sich der Bewehrungsgrad

$$\rho = A_s / (b \cdot d) = [cm^2] \cdot 10^{-4} / [m^2] \text{ bzw.} \\ \rho = 1,69 \cdot 10^{-4} \cdot \gamma_L \cdot f_k \cdot l^2 / (b \cdot d^2 \cdot f_{yk}) \quad (4)$$

Um die Zusammenhänge für Balken- und Plattentragwerke gleichermaßen verwenden zu können, wird die Belastung f_k [kN/m] zusätzlich auf die Stegbreite b bzw. b_w bezogen:

$$f_{kb} = f_k / b_w \text{ [kN/m}^2] \quad (5)$$

f_{kb} ist damit die auf die Balkenbreite b_w bezogene Linienlast eines Unterzuges. Für Platten ist üblicherweise die Bezugsbreite $b = b_w = 1$ m, sodass f_{kb} zahlenmäßig der Flächenlast der Decke entspricht. Mit Gl. (5) ergibt sich aus Gl. (4):

$$\rho = 1,69 \cdot 10^{-4} \cdot \gamma_L \cdot f_{kb} \cdot l^2 / (d^2 \cdot f_{yk}) \text{ bzw.} \\ \rho = 1,69 \cdot 10^{-4} \cdot \gamma_L \cdot (f_{kb} / f_{yk}) \cdot (l/d)^2$$

Zur weiteren Vereinfachung wird für BSt 500 $f_{yk} = 500$ N/mm² gesetzt:

$$\rho = 1,69 \cdot 10^{-4} \cdot \gamma_L \cdot (f_{kb} / 500) \cdot (l/d)^2 \text{ und damit:}$$

$$\rho = 3,38 \cdot 10^{-7} \cdot \gamma_L \cdot f_{kb} \cdot (l/d)^2 \quad (6)$$

mit:

γ_L gewichteter Teilsicherheitsbeiwert GZT

f_{kb} bezogene, charakteristische Flächenlast, Gl. (5) in [kN/m²]

l/d Biegeschlankheit

Einwirkung	Kombinationsbeiwerte		
	ψ_0	ψ_1	ψ_2
Nutzlast auf Decken			
- Wohnräume; Büroräume; Verkaufsräume bis 50 m ² Flure; Balkone; Räume in Krankenhäusern	0,7	0,5	0,3
- Versammlungsräume; Garagen und Parkhäuser; Turnhallen; Tribünen; Flure in Lehrgebäuden; Büchereien; Archive	0,8	0,8	0,5
- Ausstellungs- und Verkaufsräume; Geschäfts- und Warenhäuser	0,8	0,8	0,8
Windlasten	0,6	0,5	0
Schneelasten	0,7	0,2	0
alle anderen Einwirkungen	0,8	0,7	0,5

Bild 3. Kombinationsbeiwert für veränderliche Lasten aus [9], Auszug
Fig. 3. Partial factors for live loading from [9], extract

3.3 Betrachtung der Stahlspannung

Im Sinne des Entwurfscharakters der Biegeschlankheit ist hierfür der übliche Nährungsansatz für den Hebelarm der inneren Kräfte $z \cong 0,9 d$ ausreichend. Im Unterschied zur Bewehrungsermittlung nach Abschn. 3.2 wird hier die Durchbiegung im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (GZG) maßgebend, bei der die veränderliche Last in der quasi-ständigen Lastfallkombination mit ψ_2 behaftet ist.

$$M_{Ed} = M_{Ed}^{GZG} = (g_k + \psi_2 q_k) \cdot l^2/8$$

mit:

M_{Ed} Bemessungsmoment im GZG

ψ_2 Kombinationsbeiwert für die veränderliche Last im GZG (Bild 3)

Entscheidend für Tragverhalten und Durchbiegung ist auch das Verhältnis $\alpha_L = g_k/q_k$. Damit gilt für das oben angeschriebene Moment:

$$M_{Ed} = q_k (\alpha_L + \psi_2) \cdot l^2/8$$

Unter der Voraussetzung, dass die aus dem GZT erforderliche Bewehrungsmenge eingebaut wird und mit $z \approx 0,9 d$ (siehe oben) gilt für die Stahlspannung:

$$\sigma_s^{GZG} = M_{Ed}^{GZG} / (z \cdot A_s^{GZT})$$

$$\sigma_s^{GZG} \cong M_{Ed} / (0,9 \cdot d \cdot A_s) = q_k (\alpha_L + \psi_2) l^2 / (7,2 \cdot d \cdot A_s) \quad (7)$$

Einsetzen von Gl. (3) in Gl. (7) ergibt:

$$\sigma_s^{GZG} = q_k (\alpha_L + \psi_2) l^2 / [7,2 \cdot d \cdot 1,69 \cdot \gamma_L \cdot f_{yk} \cdot l^2 / (d \cdot f_{yk})] \text{ bzw.}$$

$$\sigma_s^{GZG} = f_{yk} \cdot (\alpha_L + \psi_2) / [(\alpha_L + 1) \cdot \gamma_L \cdot 12,17] \quad (8)$$

mit:

σ_s^{GZG} Stahlspannung im GZG

α_L g_k/q_k

In Gl. (8) kann zusätzlich der Ausnutzungsgrad der Bewehrung $\alpha_A = \text{erf } A_s^{GZT} / \text{vorh } A_s \leq 1,0$ eingeflochten werden:

$$\sigma_s^{GZG} = \alpha_A \cdot f_{yk} \cdot (\alpha_L + \psi_2) / [(\alpha_L + 1) \cdot \gamma_L \cdot 12,17] \quad (9)$$

Der gewichtete Teilsicherheitsbeiwert γ_L für die Lasten des GZT kann weiter beschrieben werden als:

$$\gamma_L = 1,35 g_k/f_{yk} + 1,5 q_k/f_{yk} =$$

$$= 1,35 g_k/(g_k + q_k) + 1,5 q_k/(g_k + q_k)$$

Nach kurzer Umformung ergibt sich:

$$\gamma_L = (1,35 \alpha_L + 1,5) / (1 + \alpha_L) \quad (10)$$

Gl. (10) in Gl. (9) eingesetzt liefert:

$$\sigma_s^{GZG} = \alpha_A \cdot f_{yk} \cdot (\alpha_L + \psi_2) / [(1,35 \alpha_L + 1,5) \cdot 12,17] \quad (11)$$

In den Gln. (3), (7) bis (9) wurde die Bewehrung in der Dimension [cm²] gehandhabt. Daher ist die Stahlspannung in Gl. (12) noch mit dem Dimensionsfaktor 10 zu versehen, um vereinbarungsgemäß $f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$ verwenden zu können:

$$\sigma_s^{GZG} = 10 \cdot \alpha_A \cdot 500 \cdot (\alpha_L + \psi_2) / [(1,35 \cdot \alpha_L + 1,5) \cdot 12,17]$$

$$\sigma_s^{GZG} = 411 \alpha_A (\alpha_L + \psi_2) / [1,35 \alpha_L + 1,5] \quad (12)$$

mit:

σ_s^{GZG} Stahlspannung im GZG [N/mm²]

$\alpha_A = \text{erf } A_s^{GZT} / \text{vorh } A_s = \text{Ausnutzungsgrad}$

$\alpha_L = g_k/q_k = \text{Verhältnis ständiger zu veränderlicher Last}$

3.4 Überführung der Gleichungen (2a), (2b) in eine geschlossene Form

Der Bewehrungsgrad ρ und die Stahlspannung σ_s werden in Form der abgeleiteten Gln. (6) und (12) in die Gln. (2a) bzw. (2b) eingesetzt:

$$\left(\frac{l}{d}\right) = \left[11 + \frac{1,5 \cdot (1 + \alpha_L) \cdot f_{ck} \cdot 10^4}{3,38 \cdot (1,35 \cdot \alpha_L + 1,5) \cdot f_{kb} \cdot (l/d)^2} + \left[3,2 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \left(\frac{(1 + \alpha_L) \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot 10^4}{3,38 \cdot (1,35 \cdot \alpha_L + 1,5) \cdot f_{kb} \cdot (l/d)^2} - 1 \right) \right]^{\frac{3}{2}} \right] \cdot \frac{0,754 \cdot (1,35 \cdot \alpha_L + 1,5)}{\alpha_A \cdot (\alpha_L + \psi_2)}$$

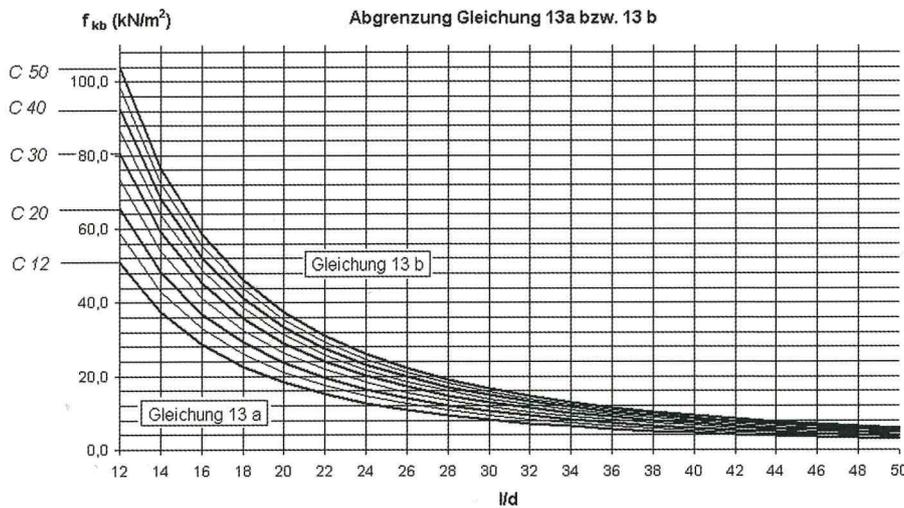


Bild 4. Abgrenzung bzw. Übergang von Gl. (13a) zu (13b) in Abhängigkeit von bezogener Belastung f_{kb} , Schlankheit l/d und Betongüte f_{ck} , $\alpha_L = g_k/q_k = 2$
 Fig. 4. Boundary lines of Equations (13a) and (13b) with respect to effective load f_{kb} , slenderness l/d and concrete strength f_{ck} , $\alpha_L = g_k/q_k = 2$

bzw.

$$\left(\frac{l}{d}\right) = \left\{ 11 + \frac{1,5 \cdot (1 + \alpha_L) \cdot f_{ck} \cdot 10^4}{3,38 \cdot (1,35 \cdot \alpha_L + 1,5) \cdot f_{kb} \cdot (l/d)^2} \right\} \cdot \frac{0,754 \cdot (1,35 \cdot \alpha_L + 1,5)}{\alpha_A \cdot (\alpha_L + \Psi_2)}$$

und weiter umgeformt:

$$\left(\frac{l}{d}\right) = \left\{ 8,29 + \frac{3347,3 \cdot (1 + \alpha_L) \cdot f_{ck}}{(1,35 \cdot \alpha_L + 1,5) \cdot f_{kb} \cdot (l/d)^2} + \left[2,41 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \left(\frac{2958,6 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot (1 + \alpha_L)}{(1,35 \cdot \alpha_L + 1,5) \cdot f_{kb} \cdot (l/d)^2} - 1 \right)^{\frac{3}{2}} \right] \right\} \cdot \frac{1,35 \cdot \alpha_L + 1,5}{\alpha_A \cdot (\alpha_L + \Psi_2)} \leq \left(\frac{l}{d}\right)_{\max} \quad (13a)$$

$$\left(\frac{l}{d}\right) = \left\{ 8,29 + \frac{3347,3 \cdot (1 + \alpha_L) \cdot f_{ck}}{(1,35 \cdot \alpha_L + 1,5) \cdot f_{kb} \cdot (l/d)^2} \right\} \cdot \frac{1,35 \cdot \alpha_L + 1,5}{\alpha_A \cdot (\alpha_L + \Psi_2)} \leq \left(\frac{l}{d}\right)_{\max} \quad (13b)$$

Die Gln. (13a) bzw. (13b) sind nicht ohne Weiteres nach (l/d) auflösbar. Gl. (13a) stellt den Bereich von eher gering bis mäßig belasteten Bauteilen dar und ergibt für größere Beanspruchungen keine Lösungen mehr, da der Term mit der Potenz „3/2“ dann imaginär wird.

Die Gl. (13b) bildet eher den Bereich der höheren Beanspruchungen im Sinne von Balken ab. Wie Bild 4 und auch Gl. (13) zeigen, ist dieser Übergang fließend und sowohl von der gewählten Schlankheit l/d als auch von der Betongüte abhängig.

4 Weitere Vereinfachungen für den üblichen Hochbau

Im üblichen Hochbau dominiert im Regelfall die ständige Last gegenüber der Verkehrslast. Im Allgemeinen kann das Verhältnis der ständigen zur veränderlichen Last in guter Näherung mit $\alpha_L = g_k/q_k \approx 2:1 = 2$ beschrieben werden. Legt man weiterhin den für die GZG-Nachweise notwendigen Kombinationsbeiwert Ψ_2 für die sehr oft verwendeten Kategorien A bzw. B (Wohn-, Aufenthalts- und Büroräume) mit $\Psi_2 = 0,3$ fest, dann ergeben sich aus den Gln. (13):

$$\left(\frac{l}{d}\right) = \left\{ 8,29 + \frac{2390,9 \cdot f_{ck}}{f_{kb} \cdot (l/d)^2} + 2,41 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \left(\frac{2113,3 \cdot \sqrt{f_{ck}}}{f_{kb} \cdot (l/d)^2} - 1 \right)^{\frac{3}{2}} \right\} \cdot \frac{1,826}{\alpha_A} \leq \left(\frac{l}{d}\right)_{\max} \quad (14a)$$

und

$$\left(\frac{l}{d}\right) = \left\{ 8,29 + \frac{2390,9 \cdot f_{ck}}{f_{kb} \cdot (l/d)^2} \right\} \cdot \frac{1,826}{\alpha_A} \leq \left(\frac{l}{d}\right)_{\max} \quad (14b)$$

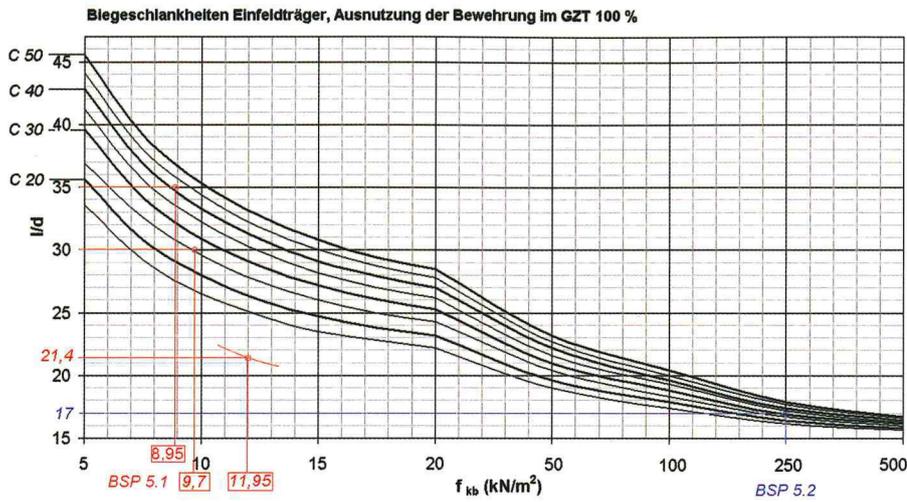


Bild 5. Schlankheit, Belastung und Betongüte für Platten und Balken für die Parameter: $\alpha_L = g_k/q_k = 2$, $\psi_2 = 0,3$, $\alpha_A = 1,0$ (volle Ausnutzung der Bewehrung im GZT)

Fig. 5. Slenderness, loading and concrete grade for slabs and beams for the parameters: $\alpha_L = g_k/q_k = 2$, $\psi_2 = 0,3$, $\alpha_A = 1,0$ (full utilisation of reinforcement at ULS)

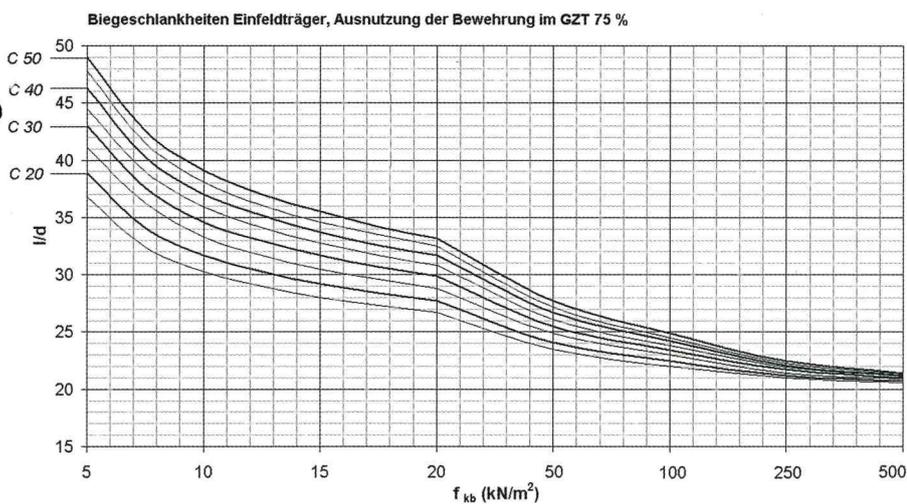


Bild 6. Schlankheit, Belastung und Betongüte für Platten und Balken für die Parameter: $\alpha_L = g_k/q_k = 2$, $\psi_2 = 0,3$, $\alpha_A = 0,75$ (75%ige Ausnutzung der Bewehrung im GZT)

Fig. 6. Slenderness, loading and concrete grade for slabs and beams for the parameters: $\alpha_L = g_k/q_k = 2$, $\psi_2 = 0,3$, $\alpha_A = 0,75$ (75% utilisation of reinforcement at ULS)

Die Gl. (14) können grafisch aufgetragen werden. Dabei ist die Biegeschlankheit zweckmäßig als Ordinate aufgetragen, die Belastung f_{kb} auf der Abszisse, während als Scherparameter die Betongüte dient. Ab der Belastung $f_{kb} > 20 \text{ kN/m}^2$ ergibt sich nur scheinbar ein Knick in den Kurven, da der Maßstab der Belastung ab dem genannten Wert aus praktischen Gründen unregelmäßig gewählt wurde. In Bild 5 wurde der Ausnutzungsgrad der Bewehrung aus dem GZT zu 1,0 und in Bild 6 zu 0,75 gewählt. Letzteres bedeutet 1,33fache Erhöhung gegenüber der im GZT erforderlichen Bewehrung.

Man erkennt erwartungsgemäß, dass die Biegeschlankheit l/d steigt mit

- zunehmender Betongüte f_{ck} [MN/m^2]
- sinkender Belastung f_{kb} [kN/m^2]
- sinkendem Ausnutzungsgrad α_A der Biegebewehrung

Im Hinblick auf den Ausnutzungsgrad lässt sich erkennen, dass eine 33%ige Vergrößerung der Biegezugbewehrung etwa 5 bis 15% größere Biegeschlankheiten erwirtschaftet. Dabei sind den so vergrößerten Biegeschlankheiten jedoch infolge der Höchstwerte gemäß [5] wegen $(l/d)_{\max} = K \cdot 35$ bzw. $(l/d)_{\max} = K^2 \cdot 150/l$, vgl. Gl. (1), Grenzen gesetzt.

5 Anwendungshinweise, Beispiele und Normvergleich aus dem Hochbau

Erscheint für plattenartige Bauteile sinnvoll, zunächst die Schlankheit l/d festzulegen (z. B. durch die Maximalwerte $(l/d)_{\max}$ nach [5]), damit die statische Höhe sowie das Eigengewicht g_k abgeschätzt werden können, ggf. inklusive der ständigen Zusatzlasten Δg_k aus Fußbodenaufbau, Putz etc. Aus der Objektplanung ist die Nutzlast (q_k) zum Entwurfszeitpunkt in der Regel bekannt, woraus sich dann die charakteristische Gesamtlast (f_{kb}) und das Verhältnis $\alpha_L = g_k/q_k$ ermitteln lassen. Mit dem Eingangswert l/d (und dem zu α_L zugehörigen Diagramm) ist dann die erforderliche Betongüte für die gewählte Schlankheit ablesbar.

5.1 Einfelddecke

Gegeben:

$l_{\text{eff}} = 7,00 \text{ m}$, $K = 1,0$ (Einfeldträger)

Verkehrslast aus Nutzung: $2,0 \text{ kN/m}^2$, Trennwandzuschlag $1,2 \text{ kN/m}^2$

$q_k = 2,0 \text{ kN/m}^2 + 1,2 \text{ kN/m}^2 = 3,2 \text{ kN/m}^2$, $\psi_2 = 0,3$ für GZG (Kategorie A)

Gesucht:
Erforderliche Betongüte bei gewählter Schlankheit l/d

a) Maximalwerte der Biegeschlankheiten:

$(l_{eff}/d)_{max} = k \cdot 35 = 1,0 \cdot 35 = 35$
(Grundanforderung)
 $(l_{eff}/d)_{max} = k^2 \cdot 150/1 = 1,0^2 \cdot 150/7,00 = 21,4$
(erhöhte Anforderung)

b) Wahl der Biegeschlankheit, Lastbestimmung:

b1) Erfüllung der Grundanforderung:

Gewählte Schlankheit unterhalb Grenزشlankheit:
 $l/d = 30, d \geq 700/30 = 23,3 \text{ cm}, h \cong 26 \text{ cm},$
 $g_k \cong 0,26 \cdot 25 = 6,5 \text{ kN/m}^2$
 $f_k = g_k + q_k = 6,5 + 3,2 = 9,7 \text{ kN/m}^2$
Überprüfung $\alpha_L = g_k/q_k = 6,5/3,2 = 2,03 \cong 2$
Ableseung der Betongüte: erf $f_{ck} = 25 \text{ MN/m}^2$, gew.:
C25/30

Alternative mit Ausnutzung der Grenزشlankheit:

$l/d = 35, d \geq 700/30 = 20 \text{ cm}, h \cong 23 \text{ cm},$
 $g_k \cong 0,23 \cdot 25 = 5,75 \text{ kN/m}^2$
 $f_k = g_k + q_k = 5,75 + 3,2 = 8,95 \text{ kN/m}^2$
Überprüfung $\alpha_L = g_k/q_k = 5,75/3,2 = 1,8 \cong 2$
Ableseung der Betongüte: erf $f_{ck} \cong 40 \text{ MN/m}^2$, gew.:
C40/50

b2) Erfüllung der erhöhten Anforderung:

$l/d = 21,4, d \geq 700/21,4 = 32,7 \text{ cm}, h \cong 35 \text{ cm},$
 $g_k \cong 0,35 \cdot 25 = 8,75 \text{ kN/m}^2$
 $f_k = g_k + q_k = 8,75 + 3,2 = 11,95 \text{ kN/m}^2$
Überprüfung $\alpha_L = g_k/q_k = 8,75/3,2 = 2,73 > 2$ (sichere Seite)
Ableseung der Betongüte: erf $f_{ck} < 16 \text{ MN/m}^2$, gew.:
C20/25
(d. h. keine besondere Anforderung an die Betongüte)

Man erkennt, dass bei Erfüllung der Grundanforderung mit zunehmender Schlankheit die Betongüte deutlich ansteigt. Bei Bauteildicken, die die erhöhte Anforderung erfüllen, spielt die Betongüte dagegen eine untergeordnete Rolle.

5.2 Einfeldunterzug (gelenkig)

Gegeben:

$l_{eff} = 8,00 \text{ m}$ ($l_{eff,i}$), $b_w = 0,30 \text{ m}, g_k = 50 \text{ kN/m},$
 $q_k = 25 \text{ kN/m}$

$\psi_2 = 0,3$ für GZG (Kategorie A), erhöhte Anforderungen.
Hinweis: Die Belastungen $g_k = 50 \text{ kN/m}$ und $q_k = 25 \text{ kN/m}$ können z. B. überschlägig aus Lasteinzugsflächen des Unterzuges ermittelt werden.

Gesucht:
Erforderliche Bauteilhöhe und Betongüte

a) Bezug der Belastung auf die Stegbreite

$f_{kb} = (g_k + q_k)/b_w = (50 + 25)/0,30 = 250 \text{ kN/m}^2$

b) Wahl der Betongüte: C30/37

Ableseung: $l/d = 17$
Modifikation: $l/d = (l/d) \cdot k_3 = 17 \cdot (7,0/l_{eff}) = 17 \cdot (7/8) = 14,9$
 $d \geq 800/14,9 = 54,7 \text{ cm},$ gewählt: $h \geq 60 \text{ cm}$
 $(l/d)_{max} = k^2 \cdot 150/1 = 1,0^2 \cdot 150/8 = 18,75 > 14,9$ bzw.
 $(l_{eff}/d)_{max} = k \cdot 35 = 1,0 \cdot 35 = 35 > 14,9$

Bei Unterzügen kann vereinfachend entweder die Biegeschlankheit oder im vorhinein die Betongüte festgelegt werden, da im Gegensatz zu plattenartigen Bauteilen der Steg des Unterzuges nur einen untergeordneten Anteil der Eigenlast ausmacht. Das Ableseergebnis l/d und damit die Bauteildicke h beeinflussen die Belastung f_{kb} näherungsweise nicht mehr.

Bei Unterzügen werden die erhöhten Anforderungen im Allgemeinen wesentlich leichter eingehalten.

5.3 Tabellarischer Vergleich EC2 und DIN 1045-1

Abschließend werden die Ergebnisse von Einfeldplatten des üblichen Hochbaus unterschiedlicher Spannweiten nach EC2/NA und DIN 1045-1 verglichen. Die Werte sind in der Tabelle in Bild 7 zusammengestellt und wurden anhand des Diagramms in Bild 5 ermittelt.

Dabei wurden folgende Randbedingungen zugrunde gelegt:

Bauteildicke

$h = d \text{ [m]} + 0,03 \text{ m},$ gerundet auf 2. Nachkommastelle

Eigenlast + Zusatzlast

$g_k = g_{k0} + \Delta g_k = h \text{ [m]} \cdot 25 \text{ kN/m}^3 + 1,0 \text{ kN/m}^2$
(Eigengewicht + Zusatzeigengewicht)

Verkehrslast

$q_k = q_{k0} + \Delta q_k = 1,5 \text{ kN/m}^2 + 1,2 \text{ kN/m}^2 = 2,7 \text{ kN/m}^2$
(Wohnnutzung + Trennwandzuschlag)

		l = 4,00 m				l = 4,75				l = 5,50 m				l = 6,25			
		l/d	h	g _k /q _k	C	l/d	h	g _k /q _k	C	l/d	h	g _k /q _k	C	l/d	h	g _k /q _k	C
Erhöhte Anforderung	EC 2	35*	14	4,5/2,7	30	32	18	5,5/2,7	25	29	21	6,26/2,7	20	24	29	8,25/2,7	-
	DIN	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Grundanforderung	EC 2	35*	14	4,5/2,7	30	35	17	5,25/2,7	35	35	18	5,5/2,7	≅37	35	21	6,25/2,7	40
	DIN	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

* Grundanforderung maßgebend gegenüber erhöhter Anforderung

Bild 7. Tabellarische Zusammenstellung der Ergebnisse für Schlankheit, Bauteildicke, Belastung und Betongüte für Einfeldplatten des üblichen Hochbaus mit $\alpha_L = g_k/q_k \cong 2, \psi_2 = 0,3, \alpha_A = 1,0$ nach EC2 und DIN 1045-1
Fig. 7. Tabled summary of results for slenderness, dimensions, loading and concrete grade for a one-bay slab in standard building for the parameters: $\alpha_L = g_k/q_k = 2, \psi_2 = 0.3, \alpha_A = 1.0$ according to EC2 and DIN 1045-1

Aus der Tabelle in Bild 7 wird deutlich, dass die Grenzschlankheiten der DIN 1045-1 auch mit dem EC2/NA erreicht bzw. umgesetzt werden können. Bei Erfüllung der Grundanforderung nach EC2/NA gewinnt jedoch die Wahl der Betongüte mit zunehmender Spannweite an Bedeutung. Im Gegensatz dazu ergeben sich bei Erfüllung der erhöhten Anforderungen nach EC2/NA aufgrund der zwangsläufig größeren Bauteildicken bei steigenden Spannweiten keine nennenswerten Anforderungen an die Betongüte.

6 Zusammenfassung

Die Nachweisgleichungen nach EC2/NA wurden vorgestellt und diskutiert. Die Handhabbarkeit der einschlägigen Gleichungen ist für die Praxis eingeschränkt, da vorab der Grenzzustand der Tragfähigkeit sowie die Stahlspannung im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit bekannt sein müssen. Aus diesem Grund wurden anhand der Nachweisgleichungen aus EC2/NA Diagramme entwickelt, die die Entwurfsarbeit erleichtern. Weiterhin zeigen die Diagramme die physikalischen Zusammenhänge zwischen äußerer Beanspruchung, gewählter Betongüte, Ausnutzungsgrad der Bewehrung, Verhältnis ständiger zu veränderlicher Last und Biegeschlankheit. Grundlage für die Darstellung und Aufbereitung der Diagramme ist ein EDV-Programm, das sich zurzeit in Entwicklung befindet und dessen allgemeine Anwendung daher noch nicht möglich ist.

Die Diagramme wurden vereinfachend für den Kombinationsbeiwert $\psi_2 = 0,3$ (GZG), das Lastverhältnis $\alpha_L = g_k/q_k = 2,0$ sowie für einen Ausnutzungsgrad der Bewehrung von 1,0 bzw. 0,75 konzipiert. Zwischen den Diagrammen kann näherungsweise linear interpoliert werden. Grundsätzlich können noch weitere Diagramme z. B. für das Verhältnis ständiger zu veränderlicher Last $\alpha_L = g_k/q_k = 1,0$ oder 3,0 oder komplexere grafische Darstellungen erarbeitet werden.

Insbesondere für erhöhte Anforderungen ergeben sich nach EC2/NA [4, 5] relativ große Plattenstärken. Vermutlich wird sich daher in der Praxis die Tendenz, nur die

Grundanforderung über die Biegeschlankheit zu erfüllen, im Ausbau dafür gleitende Anschlüsse vorzusehen, eher verstärken. Dabei sind tendenziell höherwertige Betongüten erforderlich.

Literatur

- [1] Leonhardt, F.: Vorlesungen über Massivbau, Teile 1 und 4. Springer Verlag.
- [2] Statische Berechnung und Bilder, Archiv P. Göttlich.
- [3] DIN 1045-1: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton, Teil 1: Bemessung und Konstruktion (Ausgabe August 2008).
- [4] Eurocode 2: DIN EN 1992-1-1: 2005 (inklusive Berichtigung 1/2010), vereinfacht bezeichnet als: EC 2-1-1.
- [5] Nationales Anwendungsdokument DIN EN 1992-1-1 /NA 2010, vereinfacht bezeichnet als EC 2-1-1/ NA.
- [6] Göttlich, P.: Stimmt $l_1/35$ immer noch? Kritische Anmerkungen und Handlungsalternativen zur Ermittlung der Deckenstärke von üblichen Stahlbetonkonstruktionen des üblichen Hochbaus. In: Der Bausachverständige, Ausgabe Februar 2009.
- [7] Krüger, W. und Mertzsch, O.: Verformungsnachweise – Erweiterte Tafeln zur Begrenzung der Biegeschlankheit. In: Praxishandbuch 2003, Stahlbetonbau aktuell. Bauwerk Verlag GmbH.
- [8] Schneider Bautabellen, 19. Auflage, Werner Verlag.
- [9] DIN 1055-100, Anhang A.
- [10] DAfStb, Heft 400.
- [11] Fingerloos, F.: Der Eurocode für Deutschland – Erläuterungen und Hintergründe, Teil 3. In: Beton- und Stahlbetonbau 105 (2010), Heft 8, S. 486–495.
- [12] Gemeinschaftstagung: BVPI, DAfStb, DBV, DIBt, DIN-Akademie, ISB, VBI: Tagungsband, 18. und 19. März 2010, Berlin: Eurocode 2 für Deutschland.



Prof. Dr.-Ing. Peter Göttlich
 Fachhochschule Potsdam
 FG Massivbau
 Pappelallee 8–9
 14467 Potsdam
 pg@ggh-ingenieure.de