



- Schrägseilbedämpfung mit MR-Dämpfern
- Ermüdungsversuche für Lärmschutzwände an Hochgeschwindigkeitsstrecken
- Zerstörungsfreie Untersuchung von Durchstanzbewehrung
- Wellenbeanspruchung auf hydrodynamisch kompakte Betonstrukturen
- FE-Analyse im ebenen Spannungszustand
- Einfache Ermittlung von Plattenstärken nach EC2
- Modellierung des Tragverhaltens zur Abklärung eines Dacheinsturzes

Einfache Ermittlung von Plattenstärken nach EC2 – Fortschreibung der Grundgleichungen

Auf der Grundlage von [1] werden die dort vorgestellten Gleichungen erweitert, um noch einfachere und effizientere Bemessungshilfen für die Biegeschlankheit von Platten und Balken aus Stahlbeton zu erzeugen. Im Zuge der Bearbeitung erwies es sich als sinnvoll, Platten und Unterzüge getrennt zu behandeln. Im vorliegenden Aufsatz wird der Entwurf von Platten und Kragplatten behandelt.

1 Einführung

Die Biegeschlankheit von Platten und Balken aus Stahlbeton wird gemäß EC2 [2], Abschnitt 7.4, und [3] begrenzt. Im Gegensatz zu DIN 1045-1 sind die Gleichungen des EC2 jedoch keine Entwurfsgleichungen, sondern dienen eher der abschließenden Kontrolle des Tragwerks, da der Bewehrungsgrad aus dem Grenzzustand der Tragfähigkeit bekannt sein muss. Grundlagen und Problematik hierzu wurden in [1] dargestellt. Die dort in den Abschnitten 2 und 3 formulierten Ausgangsgleichungen werden der Übersicht halber nochmals angeschrieben ($\rho' = 0$, d. h. ohne Druckbewehrung):

$$\left(\frac{l}{d}\right) = K \left[11 + 1,5 \cdot \sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho} + 3,2 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1\right)^{3/2} \right] \leq \left(\frac{l}{d}\right)_{max} \quad \text{für } \rho < \rho_0 \quad (1a)$$

$$\left(\frac{l}{d}\right) = K \left[11 + 1,5 \cdot \sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho} \right] \leq \left(\frac{l}{d}\right)_{max} \quad \text{für } \rho > \rho_0 \quad (1b)$$

mit:

- l/d Biegeschlankheit
- K Beiwert für statisches System
- ρ erforderlicher Biegebewehrungsgrad im GZT (Kragträger: Einspannstelle)
- $\rho_0 = f_{ck}^{0,5} \cdot 10^{-3}$ = Referenzbewehrungsgrad
- f_{ck} charakteristische Druckfestigkeit Beton
- $(l/d)_{max} = K \cdot 35$ für allgemeine Anforderungen ($l/250$)
- $(l/d)_{max} = K^2 \cdot 150/1$ für erhöhte Anforderungen ($l/500$) zur Vermeidung von Schäden in angrenzenden Bauteilen

bzw. ρ_0 eingesetzt:

Simple determination of plate thicknesses according to EC2 – Development of the basic equations

In order to create easier and more efficient dimensioning guidelines for the flexural slenderness of plates and beams made out of reinforced concrete the equations are extended on the basis of [1]. It turned out to be useful to consider plates and downstand beams separately. In the following the design of plates and cantilever plates is discussed.

$$\left(\frac{l}{d}\right) = K \left[11 + 1,5 \cdot \frac{f_{ck}}{10^3 \cdot \rho} + 3,2 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \left(\frac{\sqrt{f_{ck}}}{10^3 \cdot \rho} - 1\right)^{3/2} \right] \leq \left(\frac{l}{d}\right)_{max} \quad \text{für } \rho < \rho_0 \quad (1c)$$

$$\left(\frac{l}{d}\right) = K \left[11 + 1,5 \cdot \frac{f_{ck}}{10^3 \cdot \rho} \right] \leq \left(\frac{l}{d}\right)_{max} \quad \text{für } \rho > \rho_0 \quad (1d)$$

Die daraus in [1] entwickelten Gleichungen der Iteration lauten wie folgt:

$$\left(\frac{l}{d}\right) = K \left[11 + \frac{1,5 \cdot (1 + \alpha_L) \cdot f_{ck} \cdot 10^4}{3,38 \cdot (1,35 \cdot \alpha_L + 1,5) \cdot f_{kb} \cdot \left(\frac{l}{d}\right)^2} + 3,2 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \left(\frac{(1 + \alpha_L) \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot 10^4}{3,38 \cdot (1,35 \cdot \alpha_L + 1,5) \cdot f_{kb} \cdot \left(\frac{l}{d}\right)^2} - 1\right)^{3/2} \right] \leq \left(\frac{l}{d}\right)_{max} \quad \text{für } \rho < \rho_0 \quad (2a)$$

$$\left(\frac{l}{d}\right) = K \left[11 + \frac{1,5 \cdot (1 + \alpha_L) \cdot f_{ck} \cdot 10^4}{3,38 \cdot (1,35 \cdot \alpha_L + 1,5) \cdot f_{kb} \cdot \left(\frac{l}{d}\right)^2} + 3,2 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \left(\frac{(1 + \alpha_L) \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot 10^4}{3,38 \cdot (1,35 \cdot \alpha_L + 1,5) \cdot f_{kb} \cdot \left(\frac{l}{d}\right)^2} - 1\right)^{3/2} \right] \leq \left(\frac{l}{d}\right)_{max} \quad \text{für } \rho > \rho_0 \quad (2b)$$

- $\alpha_L = g_k/q_k$ Verhältnis von ständiger zu veränderlicher Last
- $f_{kb} = g_k + q_k =$ charakteristische, äußere Volllast in [kN/m²]
- $g_k =$ charakteristische ständige Last in [kN/m²]
- $q_k =$ charakteristische veränderliche Last in [kN/m²]
- $l/d =$ Verhältnis Spannweite [m] zu statischer Höhe [m]

Die zugehörigen Diagramme [1], Bilder 5 und 6, wurden für ein im Hochbau übliches, aber festes Lastverhältnis „ständig/veränderlich“ $\alpha_L = g_k/q_k = 2:1$ ausgewertet. Es bestand also der Nachteil, dass die aus diesen Diagrammen ermittelten Werte der statischen Höhe bzw. Deckenstärke bezüglich des dann vorhandenen Werts α_L überprüft werden mussten. Daher wurden in [4] weitere Diagramme für andere Verhältnisse α_L erzeugt. Es zeigte sich u. a., dass weitere Diagramme mit verändertem α_L nur bedingt für Interpolationen geeignet sind. Aus diesem Grund werden die Gleichungen bezüglich der folgenden Aspekte verändert:

- Umformulierung von α_L
- Umformulierung von $f_{kb} =$ bezogene, charakteristische Flächenlast der Platte [kN/m²]
- Festlegung eines sinnvollen Ansatzes für g_{k2} (= ständige Ausbaulast)
- Formulierung eines für Platten gültigen Ansatzes für $d_1 = h - d =$ Achsabstand der Biegezugbewehrung vom Bauteilrand
- Genaue Formulierung des Hebelarmes der inneren Kräfte im GZT zur Bewehrungsermittlung
- Gesonderte Behandlung des Modifikationsfaktors k_1 , da er nicht der Iteration zuzuordnen ist
- Einbeziehung des Faktors K für das statische System

Die Bearbeitung der o. g. Parameter hat den Zweck, die einzelnen Größen auf die Stützweite l und/oder die Schlankheit l/d zu beziehen sowie sinnvolle Festwerte zu erzeugen. Dadurch kann eine direkte Iteration erfolgen. In Abschn. 2 werden die o. g. Größen kurz vorgestellt. Ausführlichere Darstellungen finden sich in [5].

Tab. 1 Geometrische Festlegungen für die Ermittlung der Funktion von d_1
Geometrical dimensions to determine the function d_1

c_{nom} [mm]	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25
ϕ [mm]	8	10	12	14	16	20	20	25	28	28
h [cm]	14	18	22	26	30	34	38	42	46	50
d [cm]	11,1	15	18,9	22,8	26,7	30,5	34,5	38,25	42,1	46,1
d_1 [cm]	2,9	3,0	3,1	3,2	3,3	3,5	3,5	3,75	3,9	3,9
d_1/d [-]	0,261	0,200	0,164	0,140	0,124	0,115	0,101	0,098	0,093	0,085

- c_{nom} Betondeckung in mm
- ϕ Durchmesser der Biegezugbewehrung in mm
- h Plattenstärke in cm
- d statische Nutzhöhe in cm
- d_1 Randachsabstand der Biegezugbewehrung in cm

2 Neue Ansätze für Platten aus Stahlbeton

2.1 Umformulierung des Faktors α_L und des Lastterms f_{kb}

Der Faktor $\alpha_L = g_k/q_k$ beschreibt das Verhältnis von ständiger zu veränderlicher Last. Er kann wie folgt umformuliert werden:

$$\alpha_L = g_k/q_k = 25 \cdot d/q_k + 25 \cdot d_1/q_k + g_{k2}/q_k \text{ bzw. } (3a)$$

$$\alpha_L = 25 \cdot l/[q_k \cdot (l/d)] + 25 \cdot d_1/q_k + g_{k2}/q_k \text{ (3b)}$$

mit:

- g_k charakteristische ständige Last in [kN/m²]
- g_{k2} charakteristische ständige Ausbaulast (Fußbodenaufbau, Unterdecke etc.)
- q_k charakteristische veränderliche Last in [kN/m²]
- 25 Wichte von Stahlbeton in [kN/m³]
- d statische Höhe in [m]
- $d_1 = h - d =$ Achsabstand der Biegezugbewehrung vom Bauteilrand in [m]
- l Stützweite
- (l/d) Schlankheit

Als charakteristische Flächenlast der Platte [kN/m²] enthält f_{kb} den ständigen Lastanteil g_k und kann sinngemäß umformuliert werden:

$$f_{kb} = g_k + q_k = 25 \cdot d + 25 \cdot d_1 + g_{k2} + q_k \text{ bzw. } (4a)$$

$$f_{kb} = 25 \cdot l/(l/d) + 25 \cdot d_1 + g_{k2} + q_k \text{ (4b)}$$

2.2 Ansatz für den Achsabstand der Biegezugbewehrung vom Bauteilrand

Um die praxisrelevanten Fälle zu erfassen, werden folgende Annahmen bzw. Näherungen getroffen:

- Plattendicke von 14 cm bis 50 cm
- Durchmesser der Biegezugbewehrung von 8 mm bis 28 mm

- 25 mm Betondeckung für alle Plattenstärken
- Randachsabstand der Biegezugbewehrung d_1 in Abhängigkeit von der Betondeckung und dem Durchmesser der Biegezugbewehrung

In Tab. 1 ist beispielhaft die Geometrie üblicher Platten tabellarisch aufgeführt, Bild 1 zeigt die ermittelten Punktpaare d_1/d in Abhängigkeit von der statischen Höhe d , welche durch eine Näherungsfunktion beschrieben werden können. Diese Näherungsfunktion kann geschrieben werden als:

$$d_1/d = 0,0457 \cdot d^{-0,777} = 0,0457 \cdot d^{0,223} \text{ bzw.} \quad (5a)$$

$$d_1 = 0,0457 \cdot d^{0,223} \cdot (l/l)^{0,223} = 0,0457 \cdot l^{0,223} \cdot d^{0,223} / l^{0,223} = 0,0457 \cdot l^{0,223} / (l/d)^{0,223} \quad (5b)$$

In Gl. (5b) ist damit der Randachsabstand der Biegezugbewehrung d_1 über die Biegeschlankheit (l/d) und die Stützweite l abgebildet.

2.3 Ansatz für g_{k2} (= ständige Ausbaulast)

Um die Menge der Parameter weiter zu reduzieren, wird für $g_{k2} = 2,0 \text{ kN/m}^2$ festgelegt. Bild 2 zeigt den Aufbau einer üblichen Decke im Hochbau. Im Falle von deutlichen Abweichungen der vorhandenen zur hier festgelegten Ausbaulast kann die Differenzlast durch die Umrechnung mit den Teilsicherheitsbeiwerten auf die Verkehrslast umgelegt werden:

$$\bar{q}_k = q_k + \Delta g_{k2} \cdot \frac{1,35}{1,5} \text{ für } g_{k2} > 2,0 \text{ kN/m}^2 \quad (6a)$$

$$\bar{q}_k = q_k - \Delta g_{k2} \cdot \frac{1,35}{1,5} \text{ für } g_{k2} < 2,0 \text{ kN/m}^2 \quad (6b)$$

$g_{k2} = 2,0 \text{ kN/m}^2$

q_k = tatsächliche charakteristische Verkehrslast

\bar{q}_k = modifizierte charakteristische Verkehrslast

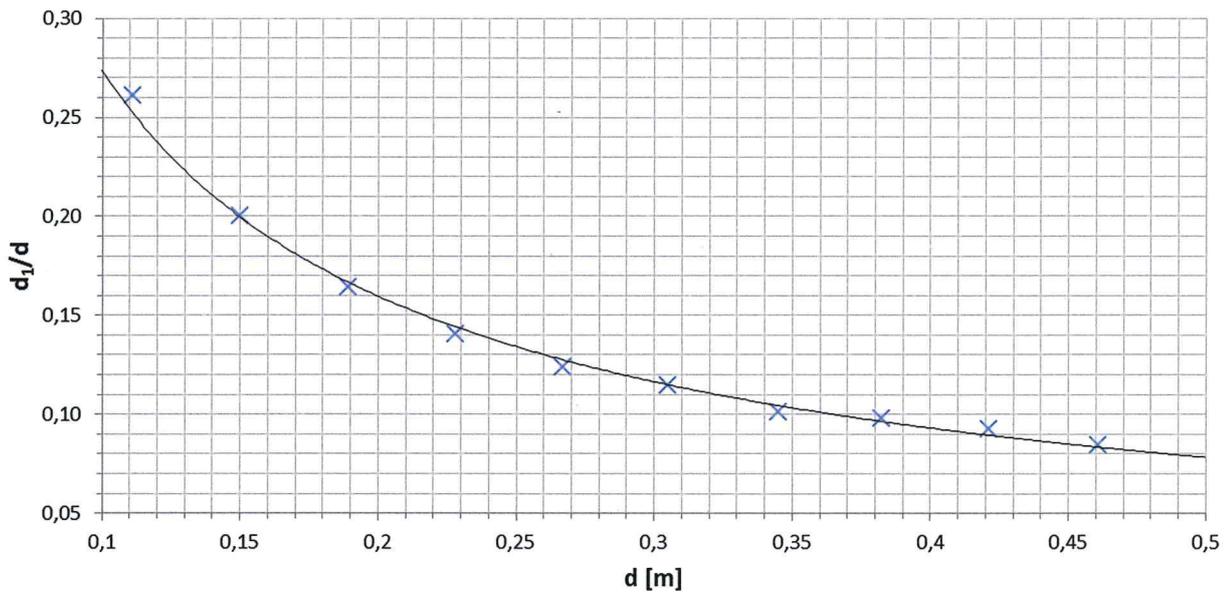
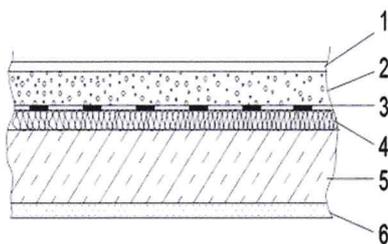


Bild 1 Darstellung einzelner Punktpaare (d_1/d ; d) und Näherungsfunktion für d_1
Graphical presentation of the data points (d_1/d ; d) and the approximation function to determine d_1



Nr.	Dicke	Gewicht	Gesamt
1.	1,5 cm	0,22 kN/m ² je cm	0,33 kN/m ²
2.	6,0 cm	22,0 kN/m ³	1,32 kN/m ²
3.	1,5 mm	-	0,02 kN/m ²
4.	4,5 cm	1 kN/m ³	0,04 kN/m ²
6.	1,5	0,20 kN/m ² je cm	0,3 kN/m ²
g_{k2}			2,01 kN/m²

1. Bodenbelag z.B. Fliesen im Dünnbettmörtel 1,5 cm
2. Zementestrich: Annahme 6 cm
3. Abdeckung z.B. PE-Folie, einlagig
4. Trittschalldämmung: Annahme 4,5 cm
5. Geschossdecke (nicht relevant)
6. Deckenputz (z.B. Gipsputz 1,5 cm) bzw. abgehängte Decke

Bild 2 Zur Ermittlung der Deckenausbaulast g_{k2} einer üblichen Hochbaudecke
Cross section to determine the additional dead load of the ceiling

Die in den Gln. (6) dargestellten Zusammenhänge gelten sinngemäß auch für Decken außerhalb des üblichen Hochbaus.

2.4. Hebelarm der inneren Kräfte im GZT (Bewehrungsermittlung)

In [1] wurde der Hebelarm der inneren Kräfte mit $z \approx 0,85 d$ berechnet. Dieser bzw. der bezogene Hebelarm z/d kann sehr gut durch eine Funktion genähert werden, vgl. auch [5]:

$$z/d^{GZT} = -0,6845 \cdot \mu_{Eds}^2 - 0,4148 \cdot \mu_{Eds} + 0,9944 \quad (7)$$

mit:

z/d^{GZT} Verhältnis des Hebelarms der inneren Kräfte zur statischen Nutzhöhe im GZT
 z Hebelarm der inneren Kräfte im Grenzzustand der Tragfähigkeit in m
 d statische Nutzhöhe in m

3 Umformulierung der Iterationsgleichungen

Mit Bezug auf den Abschnitt 3.2 aus [1] sowie den hier vorgestellten Gln. (3) bis (7) des Abschn. 2 können die Größen μ_{Eds} (bezogenes Biegemoment), A_s (Biegezugbewehrung GZT) bzw. ρ (Biegezugbewehrungsgrad GZT) neu formuliert und in die Gln. (1c) und (1d) eingesetzt werden. Nach geeigneter Umformung und Zusammenfassung, vgl. auch [5], erhält man:

$$\frac{l}{Kd} = \left[11 + \frac{3864,73 \cdot f_{ck} \cdot \frac{z}{d}^{GZT}}{(C + 1,111 \cdot q_k) \cdot \left(\frac{l}{Kd}\right)^2} + 3,2 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \left(\frac{2576,49 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \frac{z}{d}^{GZT}}{(C + 1,111 \cdot q_k) \cdot \left(\frac{l}{Kd}\right)^2} - 1 \right) \right]^{\frac{3}{2}} \quad (8a)$$

$$\frac{z}{d}^{GZT} = - \left(\frac{2,466 \cdot 10^{-4} \cdot (C + 1,111 q_k)}{f_{ck}} \cdot \left(\frac{l}{Kd}\right)^2 \right)^2 - \left(\frac{1,236 \cdot 10^{-4} \cdot (C + 1,111 q_k)}{f_{ck}} \cdot \left(\frac{l}{Kd}\right)^2 \right) + 0,9944 \quad (8b)$$

$$C = \frac{25l/k}{\left(\frac{l}{K \cdot d}\right)} + 25d_1 + g_{k2} = \frac{25l/k}{\left(\frac{l}{K \cdot d}\right)} + \frac{1,1425(l/K)^{0,223}}{\left(\frac{l}{Kd}\right)^{0,223}} + g_{k2} \quad (8c)$$

$$d_1 = 0,0457 \cdot d^{0,223} \cdot (l/l)^{0,223} = 0,0457 \cdot l^{0,223} \cdot d^{0,223} / l^{0,223} = 0,0457 \cdot (l/k)^{0,223} / \left(\frac{l}{K \cdot d}\right)^{0,223} \quad (8d)$$

Die Gln. (8b), (8c) und (8d) werden an dieser Stelle aus Gründen der Übersichtlichkeit der Darstellung nicht in die Gl. (8a) eingesetzt.

Die iterativ zu lösenden Gln. (8) enthalten jetzt ausschließlich die Parameter

- Stützweite l/K
- Biegeschlankheit $l/(K \cdot d)$
- Betongüte f_{ck}
- äußere charakteristische Verkehrslast q_k
- Festwert $g_{k2} = 2 \text{ kN/m}^2$

Auf dieser Basis kann eine praxisgerechte Auswertung erfolgen.

4 Auswertung und grafische Darstellung der Iterationsdiagramme

4.1 Allgemeines

Die Gln. (8a,b,c,d) können in allgemeiner Form ausgewertet werden. Die Genauigkeit der Diagramme bzw. der Ergebnisse ist u. a. abhängig vom Faktor K für das statische System. Für klassische Einfeldträger ($K = 1$) ist die Lösung praktisch exakt. Für Innen- und Endfelder sind die Lösungen verwendbar, oft im Zusammenhang mit dem Modifizierungsfaktor k_1 . Für Kragplatten besteht nach Meinung des Verfassers Bedarf für gesonderte Diagramme, vgl. Abschn. 5.

In [5] wurden zwei unterschiedliche, prinzipiell gleichwertige Möglichkeiten vorgestellt: Stützweiten- und Betongütendiagramme. Letztere erscheinen nach Meinung des Verfassers für die praktische Anwendung zweckmäßiger, daher werden hier nur diese behandelt. Die im Folgenden dargestellten Diagramme können daher zur Bearbeitung von Einfeldsystemen sowie End- und Innenfeldern von Durchlaufsystemen verwendet werden. Dabei sollte der Benutzer für Letztere eigenverantwortlich entscheiden, ob er die Faktoren K für das statische System ($K = 1,3$ für Endfelder; $K = 1,5$ für Innenfelder etc.) gemäß [2] verwendet oder z. B. aufgrund deutlich unterschiedlicher Stützweiten entsprechend andere Werte vorgibt.

4.2 Betongütendiagramme

Bei der Erstellung der Betongütendiagramme (Bilder 3) wird als Abszisse ebenfalls die Nutzlast q_k verwendet, als Ordinate die Biegeschlankheit $(l/K \cdot d)$. Scharparameter ist die Stützweite l/K , Diagrammparameter ist die Betongüte f_{ck} . Als Betongüten werden C20/25, C30/37, C40/50 und C50/60 zugrunde gelegt, sodass vier Diagramme erzeugt wurden, vgl. [5]. Eine Interpolation zwischen den Diagrammen ist sinnvoll und ausreichend genau. Neben den ermittelten Biegeschlankheiten sind zusätzlich die Obergrenzen der Biegeschlankheit nach [4] eingetragen.

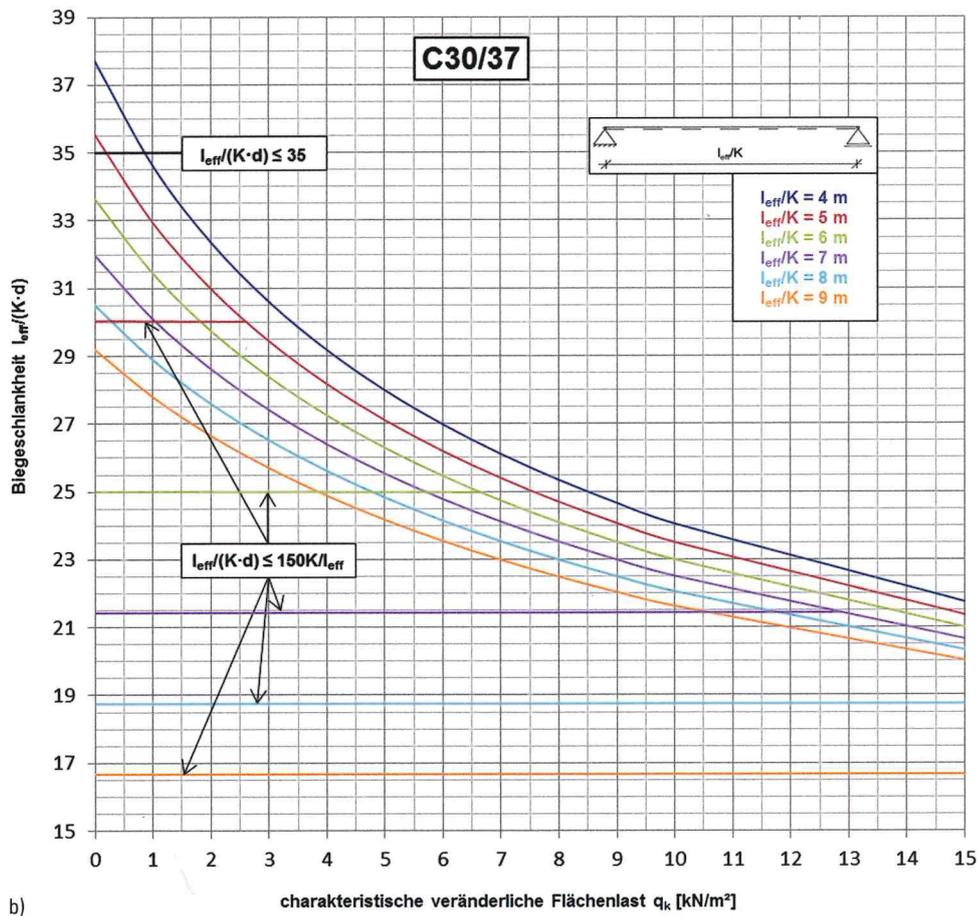
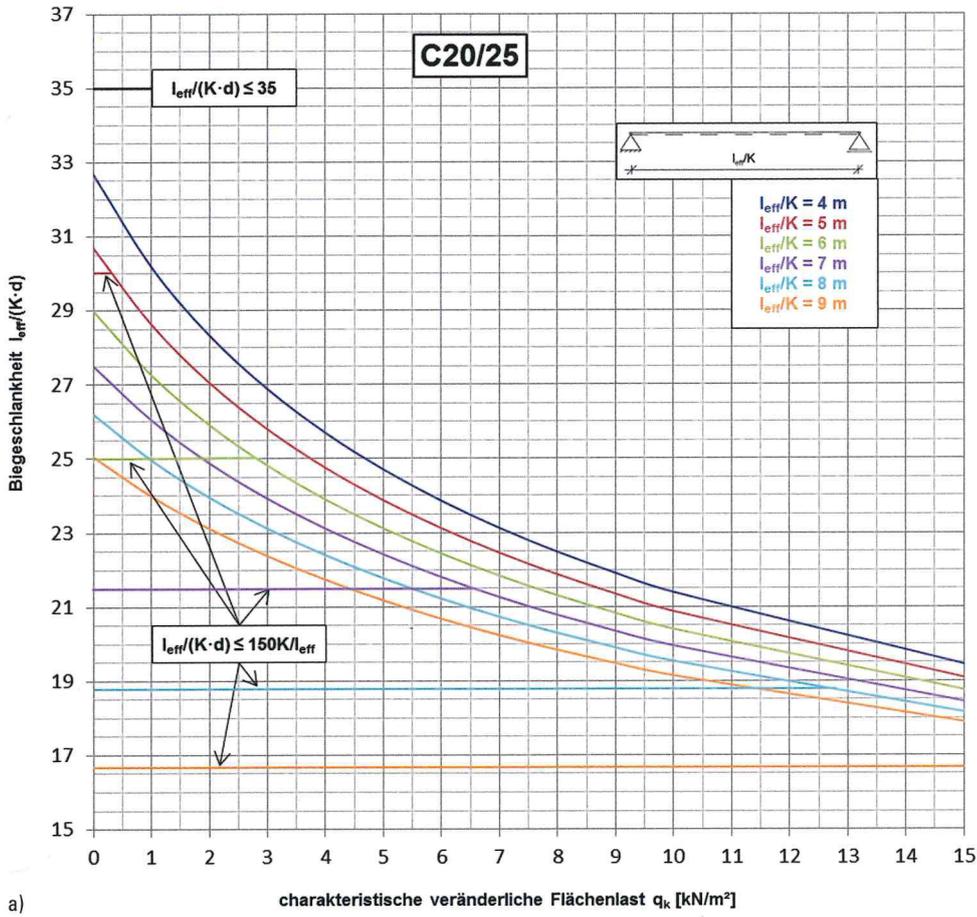
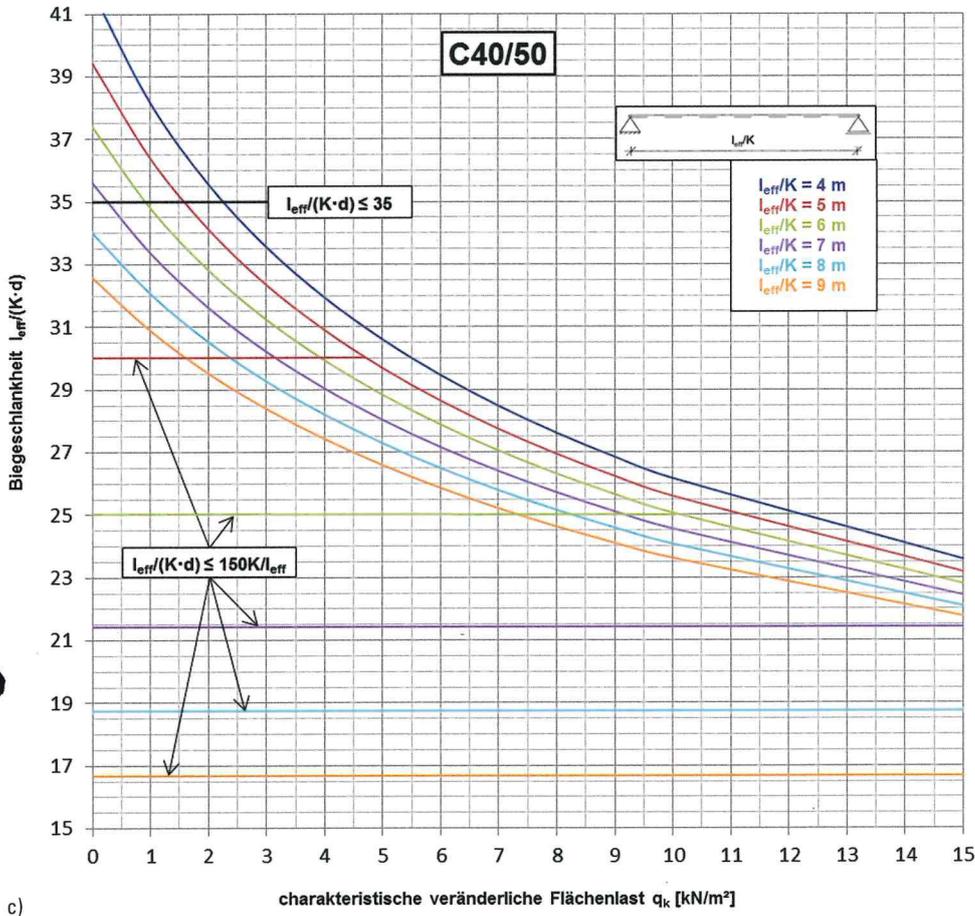
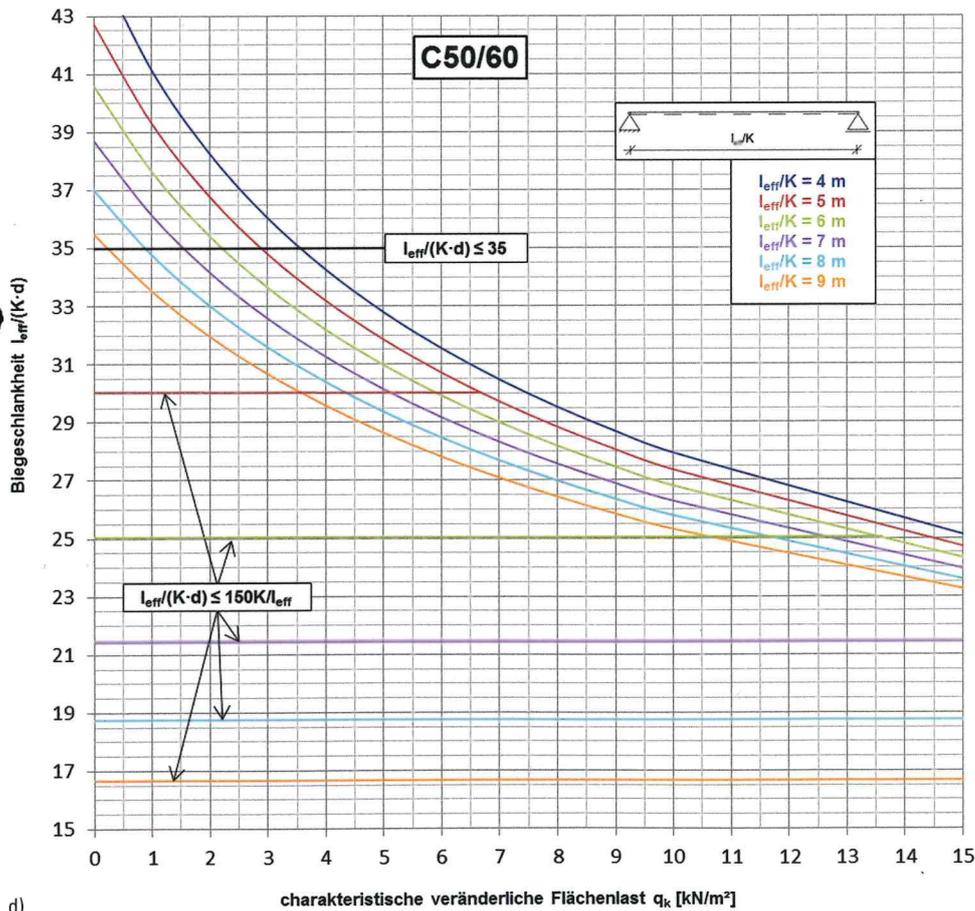


Bild 3a,b Betongütendiagramm C20/25, C30/37, Einfeld, Endfeld, Innenfeld
 Concrete grade diagram C20/25, C30/37, single span field, end field, inner field



c)



d)

Bild 3c,d Betongütendiagramm C40/50, C50/60, Einfeld, Endfeld, Innenfeld
 Concrete grade diagram C40/50, C50/60, single span field, end field, inner field

4.3 Kurzanleitung zur Anwendung der Diagramme

Im Folgenden ist die Benutzung der Diagramme stichpunktartig aufgeführt.

- Sammeln der Objektdaten: Stützweiten, Nutzlasten, Ausbaulasten
- Modifizierung der Nutzlasten nach Gl. (6a) bzw. Gl. (6b) falls $g_{k2} \neq 2,0 \text{ kN/m}^2$
- Auffinden des maßgeblichen Feldes z. B. mithilfe der Faktoren K für die statischen Teilsysteme
- Wahl der Betongüte bzw. des Betongütendiagramms
- Abszisse: Eintrag der charakteristischen Verkehrslast
- Auswahl Kurvenschar l_{eff}/k (ggf. grafische Interpolation zwischen den Kurven)
- Ordinate: Ablesen der Schlankheit, daraus Ermittlung der statischen Höhe/Plattenstärke
- Reguläre Tragwerksbemessung im GZT (Biegung, Querkraft,...) und Feststellung der Bewehrungsgrade im Zuge der weiteren Planung
- Überprüfung der Einhaltung der Biegeschlankheitsgleichungen Gln. (1a, 1b)
- Bei Nichteinhaltung: Modifizierung der Schlankheiten der Gln. (1a, 1b) mit Faktor k_1 nach Gl. (15)

Zur Verdeutlichung ist für das Beispiel der Einfeldplatte das zugehörige Diagramm entsprechend grafisch hinterlegt, vgl. Abschn. 6.1.

4.4 Benutzung des Faktors k_1

Grundsätzlich darf die mit den Gln. (1) bzw. (8) ermittelte Biegeschlankheit modifiziert werden. Nach Meinung des Verfassers ergibt dies aber nur Sinn, wenn der Nachweis nicht erfüllt werden konnte (vgl. Beispiele). Falls $\sigma_s \neq 310 \text{ N/mm}^2$ kann geschrieben werden:

$$k_1 = 310/\sigma_s \quad (9a)$$

$$\sigma_s \cong M_{Ed,GZG}/(z_{GZG} \cdot A_s) \quad (9b)$$

$$z_{GZG} \cong 0,9 \cdot d \quad (9c)$$

mit:

k_1 Modifizierungsfaktor für die Stahlspannung im GZG

σ_s Stahlspannung unter der Bemessungslast im GZG im gerissenen Zustand unter Berücksichtigung des Kombinationsbeiwerts ψ_2 für die veränderliche Last

z_{GZG} Hebelarm der inneren Kräfte im GZG

In [5] wurde σ_s und damit k_1 genau ermittelt unter Berücksichtigung des Bewehrungsgrads nach Gl. (8) sowie unter Berücksichtigung des gerissenen Gebrauchszustands. Es zeigte sich jedoch, dass die Formulierung mit Gl. (9) für praktische Belange genügend genau ist.

5 Gesonderte Iterationsgleichungen und Diagramme für Kragplatten

5.1 Betrachtung des Bemessungsmoments für Kragträger

Im Rahmen der iterativen Lösung der Gl. (8) wurde das Bemessungsmoment des Einfeldträgers mit der ideellen Stützweite (l/K) verwendet. Ein kurzer Vergleich des mit $K = 0,4$ ermittelten Bemessungsmoments mit dem tatsächlichen, statisch bestimmten Kragmoment zeigt, dass dieses Vorgehen deutlich auf der sicheren Seite liegt:

$$M_k = f_{Ed} \cdot l_k^2/2 \quad (10a)$$

$$M_{Ed,ideell} = f_{Ed} \cdot (l_i^2/8) = f_{Ed} \cdot (l_k/K)^2/8 = f_{Ed} \cdot 0,78 l_k^2 > f_{Ed} \cdot l_k^2/2 \quad (10b)$$

mit:

f_{Ed} Bemessungswert Belastung

l_k Kraglänge

l_i ideelle Stützweite

Aus diesem Grunde wurden die Gl. (8) entsprechend mit dem Bemessungsmoment $f_{Ed} \cdot l_k^2/2$ umformuliert, wodurch sich lediglich die Koeffizienten ändern, vgl. auch [5]:

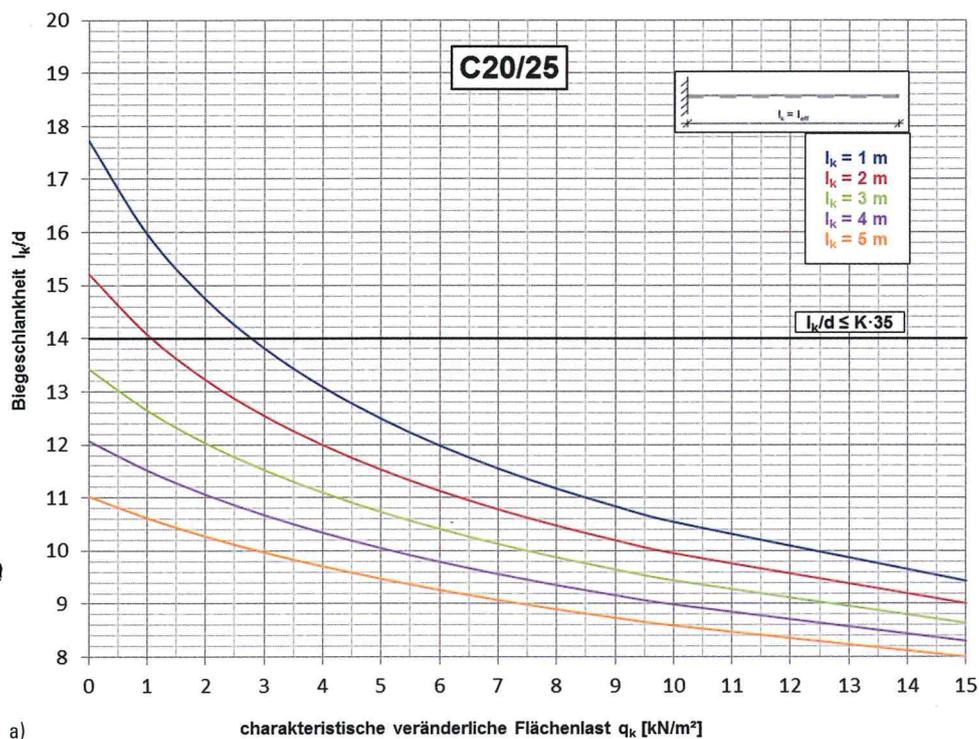
$$\frac{l}{Kd} = \left[\begin{aligned} & 11 + \frac{966,18 \cdot f_{ck} \cdot \frac{z}{d}^{GZT}}{\alpha_A \cdot (C+1,111 \cdot q_k) \cdot \left(\frac{l}{Kd}\right)^2} + \\ & 3,2 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \left(\frac{644,12 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \frac{z}{d}^{GZT}}{\alpha_A \cdot (C+1,111 \cdot q_k) \cdot \left(\frac{l}{Kd}\right)^2} - 1 \right) \end{aligned} \right]^{\frac{3}{2}} \quad (11a)$$

$$\frac{z}{d}^{GZT} = - \left(\frac{9,85 \cdot 10^{-4} \cdot (C+1,111 q_k)}{f_{ck}} \cdot \left(\frac{l}{Kd}\right)^2 \right)^2 - \left(\frac{4,94 \cdot 10^{-4} \cdot (C+1,111 q_k)}{f_{ck}} \cdot \left(\frac{l}{Kd}\right)^2 \right) + 0,9944 \quad (11b)$$

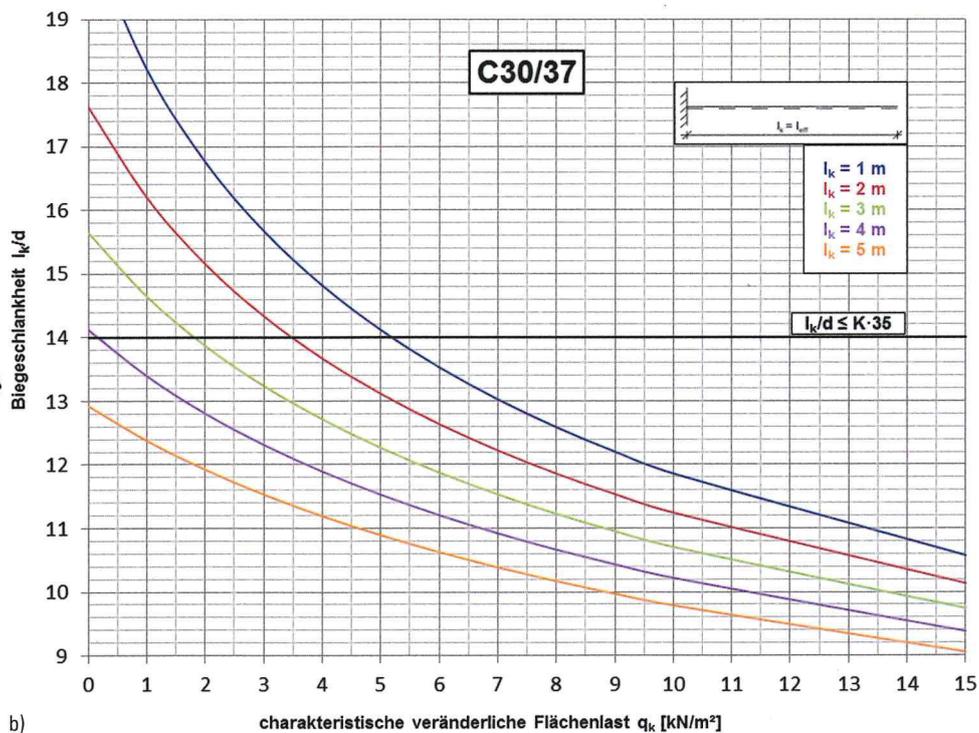
$$C = \frac{25l/k}{\left(\frac{l}{K \cdot d}\right)} + 25d_1 + g_{k2} = \frac{25l/k}{\left(\frac{l}{K \cdot d}\right)} + \frac{1,1425(l/k)^{0,223}}{\left(\frac{l}{K \cdot d}\right)^{0,223}} + g_{k2} \quad (11c)$$

$$d_1 = 0,0457 \cdot d^{0,223} \cdot (l/l)^{0,223} = 0,0457 \cdot l^{0,223} \cdot d^{0,223} / l^{0,223} = 0,0457 \cdot (l/K)^{0,223} / \left(\frac{l}{K \cdot d}\right)^{0,223} \quad (11d)$$

5.2 Darstellung der Diagramme für Kragarme (Betongütendiagramme, Bilder 4):

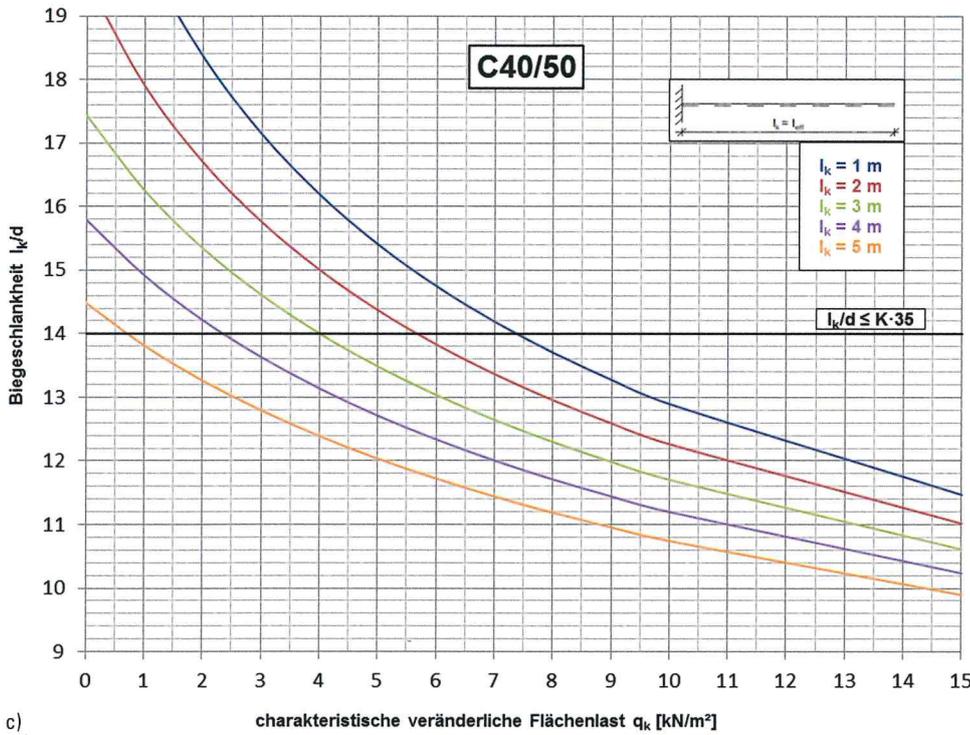


a)

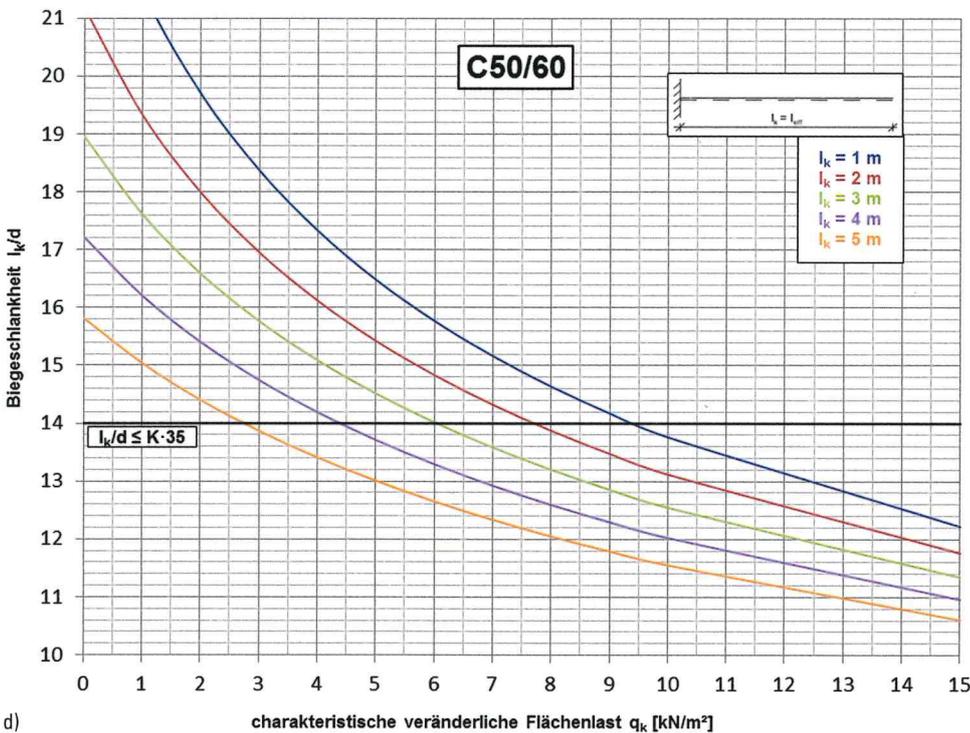


b)

Bild 4a,b Betongütendiagramm C20/25, C30/37, Kragplatten
Concrete grade diagram C20/25, 30/37, cantilever plate



c)



d)

Bild 4c,d Betongütendiagramm C40/50, C50/60, Kragplatten
 Concrete grade diagram C40/50, C50/60, cantilever plate

6 Anwendungsbeispiele

6.1 Nachrechnung des Beispiels aus [6], S. 5.67, Einfeldplatte (K = 1)

Gegeben:

$l_{eff} = 4,5\text{ m}$, $g_k = 6,5\text{ kN/m}^2$, $q_k = 5,0\text{ kN/m}^2$, $\psi_2 = 0,3$ (Ausnahme)

Querschnitt: $b/h/d = 100/21/18$

Baustoffe: Beton C20/25; Betonstahl BSt 500
 Anforderungen: erhöht: $w \leq l_{eff}/500$

a) Ermittlung von Deckeneigengewicht und der Ausbaulast:

$$g_{k1} = 0,21\text{ m} \cdot 25\text{ kN/m}^3 = 5,25\text{ kN/m}^2$$

$$g_{k2} = g_k - g_{k1} = 6,5 - 5,25 = 1,25\text{ kN/m}^2$$

Umrechnung der Differenzausbaulast, Gl. (6):

$$\begin{aligned} \bar{q}_k &= q_k - \Delta g_{k2} \cdot 1,35/1,5 \\ \Delta g_{k2} &= 2,0 - 1,25 = 0,75 \text{ kN/m}^2 \\ \bar{q}_k &= 5,0 - 0,75 \cdot 1,35/1,5 = 4,325 \text{ kN/m}^2 \end{aligned}$$

b) Ablesung von l/d aus Betongütendiagramm, Bild 3a, und Ermittlung der Plattendicke:

$$\begin{aligned} l_{eff}/K &= 4,50/1,0 = 4,50 \text{ m}, \rightarrow l/d \cong 25 \rightarrow d \geq 450/25 = 18 \text{ cm} \\ d_1 &= 0,0457 \cdot d^{0,223} = 0,0457 \cdot 0,18^{0,223} = 0,031 \text{ m} \cong 3,0 \text{ cm, vgl. Gl. (5)} \\ \rightarrow h &= d + d_1 = 18 + 3 = 21 \text{ cm} \\ \rightarrow g_{k1} &= 0,21 \text{ m} \cdot 25 \text{ kN/m}^3 = 5,25 \text{ kN/m}^2 \\ \rightarrow g_k &= g_{k1} + g_{k2} = 5,25 + 1,25 = 6,5 \text{ kN/m}^2 \end{aligned}$$

Hinweis 1: Anstelle von Gl. (5) kann selbstverständlich für d_1 auch ein realer Wert verwendet werden. Die entstehende Ungenauigkeit ist ohne praktische Bedeutung.

Hinweis 2: Man erkennt aus dem Diagramm in Bild 5, dass im vorliegenden Fall auch die erhöhten Anforderungen an die Biegeschlankheit eingehalten sind.

c) Nachweis der Biegeschlankheit

Mit der so ermittelten Schlankheit/Deckenstärke wird in der Praxis u. a. die Bewehrung (Biegebemessung im GZT) ermittelt (hier nicht vorgeführt). Daraus ergibt sich:

$$A_s = 5,6 \text{ cm}^2/\text{m} \text{ bzw. } \rho = A_s/b \cdot d = 5,6/100 \cdot 18 = 0,0031$$

Überprüfung der Gl. (1a):

$$\frac{l}{d} = K \cdot \left[\frac{11 + 1,5 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \frac{\rho_o}{\rho} + 3,2 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \left(\frac{\rho_o}{\rho} - 1 \right)^{\frac{3}{2}}}{\rho} \right] \leq \left(\frac{l}{d} \right)_{max} = K^2 \cdot 150 / l_{eff}$$

$$\frac{l}{d} = 1 \cdot \left[\frac{11 + 1,5 \cdot \sqrt{20} \cdot \frac{\sqrt{20} \cdot 10^{-3}}{0,0031} + 3,2 \cdot \sqrt{20} \cdot \left(\frac{\sqrt{20} \cdot 10^{-3}}{0,0031} - 1 \right)^{\frac{3}{2}}}{0,0031} \right] \leq 1,0^2 \cdot 150 / 4,5$$

$$l/d = 1 \cdot [11 + 9,68 + 4,21] = 24,89 < \left(\frac{l}{d} \right)_{max} = 33,33$$

$l/d = 450/18 = 25 \cong 24,89$. Damit ist der Nachweis erbracht.

6.2 Regelmäßige Zweifeldplatte (K = 1,3)

$$l_{eff1} = l_{eff2} = 6,5 \text{ m}, g_{k2} = 2,0 \text{ kN/m}^2 \text{ (Ausbaulast), } q_k = 5,0 \text{ kN/m}^2, \psi_2 = 0,3$$

Baustoffe: Beton C30/37; Betonstahl BSt 500

Anforderungen: erhöhte Anforderungen $w \leq l_{eff}/500$

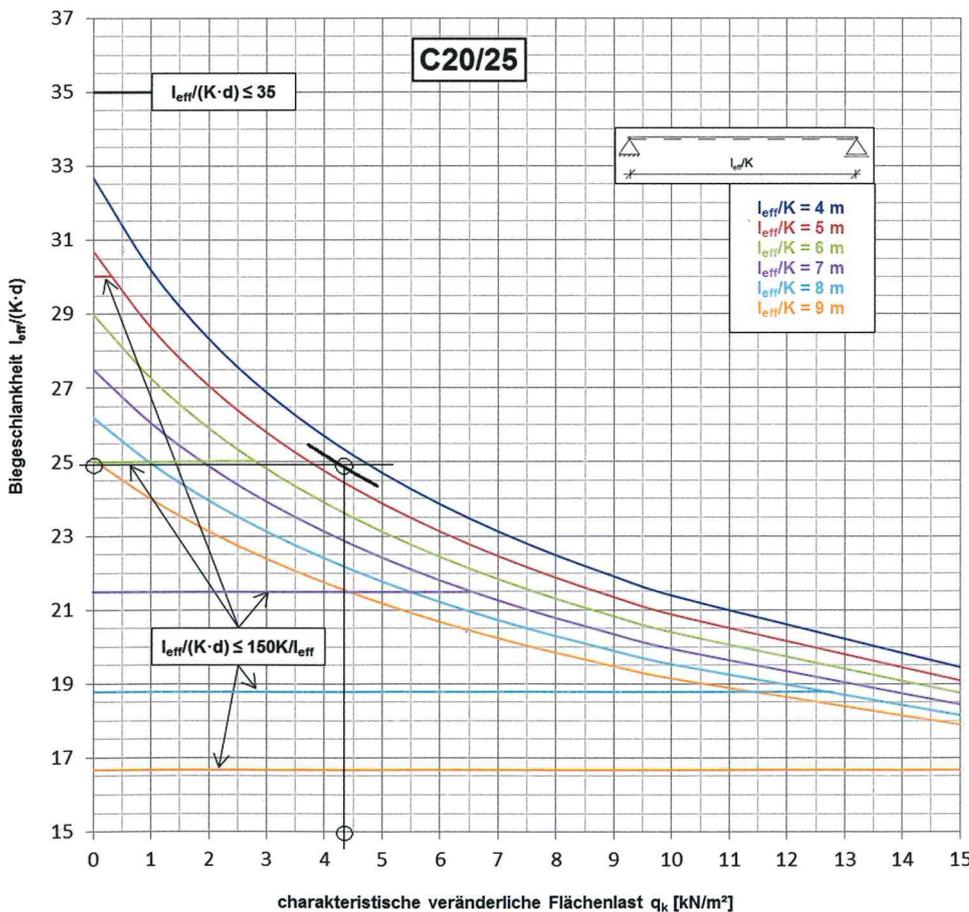


Bild 5 Betongütendiagramm C20/25 in Anwendung des Beispiels 6.1
Concrete grade diagram C20/25 of the example 6.1

a) Modifizierung der Verkehrslast q_k :

nicht notwendig, da die Ausbaulast $g_{k2} = 2 \text{ kN/m}^2$ den Grundlagen der Diagramme entspricht.

b) Ablesung von l/d aus Betongütendiagramm, Bild 4b, und Ermittlung der Plattendicke:

$l_{eff}/K = 6,50/1,3 = 5,0 \text{ m}$, $\rightarrow l_{eff}/(K \cdot d) \cong 27,1 \rightarrow$
 $d \geq 500/27,1 = 18,5 \text{ cm}$
 $d_1 = 0,0457 \cdot d^{0,223} = 0,0457 \cdot 0,185^{0,223} = 0,031 \text{ m} \cong$
 $3,0 \text{ cm}$, vgl. Gl. (5)
 $\rightarrow h = d + d_1 = 18,5 + 3 = 21,5 \text{ cm} \rightarrow$
gew. $h/d = 22/18,5 \text{ cm}$
 $\rightarrow g_{k1} = 0,22 \text{ m} \cdot 25 \text{ kN/m}^3 = 5,5 \text{ kN/m}^2$
 $\rightarrow g_k = g_{k1} + g_{k2} = 5,5 + 2,0 = 7,5 \text{ kN/m}^2$

c) Nachweis der Biegeschlankheit

Aus Biegebemessung (GZT), hier nicht vorgeführt:

$A_s = 7,95 \text{ cm}^2/\text{m}$ bzw. $\rho = A_s/b \cdot d = 7,95/100 \cdot 18,5 = 0,0043$

$$\frac{l}{d} = K \cdot \left[\frac{11 + 1,5 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \frac{\rho_o}{\rho} + 3,2 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \left(\frac{\rho_o}{\rho} - 1 \right)^{\frac{3}{2}}}{\rho} \right] \leq \left(\frac{l}{d} \right)_{max} = K^2 \cdot 150 / l_{eff}$$

$$\frac{l}{d} = 1,3 \cdot \left[\frac{11 + 1,5 \cdot \sqrt{30} \cdot \frac{\sqrt{30} \cdot 10^{-3}}{0,0043} + 3,2 \cdot \sqrt{30} \cdot \left(\frac{\sqrt{30} \cdot 10^{-3}}{0,0043} - 1 \right)^{\frac{3}{2}}}{0,0043} \right] \leq 1,3^2 \cdot \frac{150}{4,5} = 39$$

vorh $l/d = 650/18,5 = 35,1 > 1,3 \cdot [11 + 10,465 + 0,785] = 1,3 \cdot 22,25 = 28,9$

Damit ist der Nachweis zunächst **nicht** erfüllt.

d) Faktor k_1 mit Gl. (9)

Moment und Stahlspannung im Gebrauchszustand (GZG), $\psi_2 = 0,3$:

$M_{ed}^{GZG} = 0,07 \cdot g_k \cdot l^2 + 0,096 \cdot \psi_2 \cdot q_k \cdot l^2 = (0,07 \cdot 7,5 + 0,096 \cdot 0,3 \cdot 5,0) \cdot 6,5^2 = 28,26 \text{ kNm/m}$
 $\sigma_s^{GZG} = M_{ed}^{GZG} / (z^{GZG} \cdot A_s) = 28,26 / (0,9 \cdot 0,185 \cdot 7,95) = 21,4 \text{ kN/cm}^2 = 214 \text{ MN/m}^2$
 $k_1 \approx 310/\sigma_s = 310/214 = 1,45$, damit korrigierter Nachweis der Biegeschlankheit:
vorh $l/d = 650/18,5 = 35,1 < k_1 \cdot k \cdot [11 + 10,465 + 0,785] = 1,45 \cdot 1,3 \cdot 22,25 = 41,9$, Nachweis erfüllt.

6.3 Einfeldträger mit Kragarm

$l_{eff1} = 6,50 \text{ m}$, $l_{k,Balkon} = 2,50 \text{ m}$, $g_{k2} = 2,0 \text{ kN/m}^2$ (Ausbaulast),
 $q_{k,Feld1} = 2 + 1,2 = 3,2 \text{ kN/m}^2$, $q_{k,Balkon} = 4,0 \text{ kN/m}^2$,
 $\psi_2 = 0,3$
 Baustoffe: Beton C30/37; Betonstahl BSt 500
 Feld 1: $w \leq l_{eff}/500$ (erhöhte Anforderung),
 Kragplatte: $w \leq l_{eff}/250$ (Grundanforderung)

a) Modifizierung der Verkehrslast q_k :

nicht notwendig, da die Ausbaulast $g_{k2} = 2 \text{ kN/m}^2$ den Grundlagen der Diagramme entspricht.

b) Feld 1: bewertet als Endfeld, $K = 1,3$, Ablesung von $l/(Kd)$ aus Betongütendiagramm:

$l_{eff}/K = 6,50/1,3 = 5,0 \text{ m}$, $\rightarrow l_{eff}/(K \cdot d) \cong 29 \rightarrow$
 $d \geq 500/29 = 17,2 \text{ cm}$

c) Kragplatte: $K = 0,4$, Ablesung von $l/(Kd)$ aus Betongütendiagramm, Bild 4b:

$l_k/d = 13,2 \rightarrow d \geq 250/13,2 = 18,9 \text{ cm}$

d) Ermittlung der Plattendicke:

$d_1 = 0,0457 \cdot d^{0,223} = 0,0457 \cdot 0,189^{0,223} = 0,031 \text{ m}$, vgl. Gl. (5)
 $\rightarrow h = d + d_1 = 18,9 + 3,1 = 22 \text{ cm} \rightarrow$
gew. $h/d = 22 \text{ cm}/19 \text{ cm}$
 $\rightarrow g_{k1} = 0,22 \text{ m} \cdot 25 \text{ kN/m}^3 = 5,5 \text{ kN/m}^2$
 $\rightarrow g_k = g_{k1} + g_{k2} = 5,5 + 2,0 = 7,5 \text{ kN/m}^2$

e) Nachweis der Biegeschlankheit Kragplatte

Bewehrung aus Biegebemessung GZT, hier nicht vorgeführt:

$A_s = 6,4 \text{ cm}^2/\text{m}$ bzw. $\rho = A_s/b \cdot d = 6,4/100 \cdot 19 = 0,0034$

$$\frac{l}{d} = 0,4 \cdot \left[\frac{11 + 1,5 \cdot \sqrt{30} \cdot \frac{\sqrt{30} \cdot 10^{-3}}{0,0034} + 3,2 \cdot \sqrt{30} \cdot \left(\frac{\sqrt{30} \cdot 10^{-3}}{0,0034} - 1 \right)^{\frac{3}{2}}}{0,0034} \right] \leq 0,4 \cdot 35 = 14$$

vorh $l_k/d = 250/19 = 13,2 > 0,4 \cdot [11 + 13,24 + 8,37] = 13,2$, Nachweis knapp nicht erfüllt.

Stützmoment und Stahlspannung im Gebrauchszustand (GZG), $\psi_2 = 0,3$:

$M_{ed}^{GZG} = (7,5 + 0,3 \cdot 4) \cdot 2,5^2/2 = 27,2 \text{ kNm/m}$
 $\sigma_s^{GZG} = M_{ed}^{GZG} / (z^{GZG} \cdot A_s) = 27,2 / (0,9 \cdot 0,19 \cdot 6,4) = 249 \text{ MN/m}^2$
 $k_1 \approx 310/\sigma_s = 310/249 = 1,24$, damit korrigierter Nachweis der Biegeschlankheit:
vorh $l_k/d = 250/19 = 13,2 < 1,24 \cdot 13,2 = 16,4$, Nachweis erfüllt.

Der Nachweis der Biegeschlankheit im Feld kann sinngemäß nach Bsp. 6.2 erbracht werden.

7 Zusammenfassung und Ausblick

Die vorgestellten Diagramme dienen dem Entwurf der Biegeschlankheit von Platten aus Stahlbeton.

Für die statisch bestimmte Einfeldplatte liefern die Diagramme eine direkte und im baupraktischen Sinne exakte Lösung (vgl. Bsp. 6.1). Für statisch unbestimmte Durchlaufsysteme werden in [2] die vereinfachten Faktoren für

die statischen Teilsysteme ($K = 1,3$ Endfeld, $K = 1,5$ Innenfeld) vorgeschlagen. Diese Faktoren sind vernünftige Mittelwerte, können aber naturgemäß nicht die genaue Lage der Momentennullpunkte eines konkreten Systems beschreiben, da diese sowohl von den Stützweitenverhältnissen als auch dem Verhältnis ständige/veränderliche Last geprägt ist. Aus diesem Grund sind die mit den Diagrammen erarbeiteten Lösungen für statisch unbestimmte Systeme durchaus anwendbar, jedoch erfüllen die mit den entsprechenden Bauteildicken ermittelten Bewehrungsgrade (aus GZT-Nachweisen der regulären Tragwerksplanung) am Ende in einigen Fällen nicht die zu überprüfenden Biegeschlankheitsgleichungen Gln. (1a, 1b), da diese auf Änderungen des Bewehrungsgrads bzw. der Belastung teilweise sehr empfindlich reagieren. Dennoch stellen die Diagramme eine praktikable Hilfe dar, da der Nachweis für die so ermittelten Parameter Querschnitt/

Bewehrungsgrad/Betongüte in den allermeisten Fällen über den Faktor k_1 nach Gl. (15) sehr einfach korrigiert werden kann.

Eine Differenzierung der Betongüten und insbesondere die Einbeziehung höherer Betongüten – auch C50/60 – ist nach Meinung des Verfassers gerechtfertigt, da sich nach EC2/NA im Vergleich zu DIN 1045-1 z.T. deutlich größere Deckenstärken ergeben. Eine durchaus sinnvolle und gleichzeitig preislich vertretbare Möglichkeit der Herabsetzung der Deckenstärken sind u. a. höhere Betongüten.

Weitere Diagramme für Balken sind in Arbeit, vgl. auch [5]. Eine Software, die die o.g. Zusammenhänge für Platten und für Balken berücksichtigt, ist ebenfalls in Arbeit.

Literatur

- [1] GÖTTLICH, P.: *Begrenzung der Biegeschlankheit nach EC2*. Beton- und Stahlbetonbau 107 (2012), Heft 1, S. 38–45.
- [2] Eurocode 2: DIN EN 1992-1-1: 2005 (inklusive Berichtigung 1/2010), vereinfacht bezeichnet als: EC 2-1-1.
- [3] Nationales Anwendungsdokument DIN EN 1992-1-1 /NA 2010, vereinfacht bezeichnet als EC 2-1-1/ NA.
- [4] SCHULTE, P.: *Beitrag zur Neufassung der Biegeschlankheit von Stahlbetondecken und -balken nach Eurocode EC 2-1-1/NA*. Diplomarbeit Fachhochschule Potsdam, Februar 2012.
- [5] KRUSCHINSKI, S.: *Weiterentwicklung von praxisnahen Lösungen zur Neufassung der Biegeschlankheit von Stahlbetondecken und -balken nach Eurocode EC 2-1-1/NA*.

Masterarbeit an der Hochschule für Technik und Wirtschaft, Berlin, August 2012.

- [6] Schneider Bautabellen, 19. Aufl., Werner-Verlag.

Autor



Prof. Dipl.-Ing. Peter Göttlich
 Fachhochschule Potsdam
 FG Massivbau
 Pappelallee 8–9
 14467 Potsdam
 pg@ggh-ingenieure.de

AKTUELL

Merkblatt zur seismischen Baugrunderkundung

Seismische Methoden, die mit Hilfe elastischer Wellen Informationen über den Untergrund liefern, spielen in der Baugrunderkundung eine immer größere Rolle. Die einschlägigen Regelwerke weisen zwar auf diese Methoden hin, geben aber keine näheren Hinweise zu Methodenauswahl oder Einsatzbereichen.

Das neue Merkblatt B08 „Seismische Baugrunderkundung“, das seit kurzem bei der DGZfP (Deutsche Gesellschaft für Zerstörungsfreie Prüfung, www.dgzfp.de) erhältlich ist, will diese Lücke schließen. Die Grundlagen der

Seismik werden kurz und knapp beschrieben, ebenso wie die zahlreichen Einzelmethoden mit ihren Anwendungsmöglichkeiten und Grenzen. Dabei wird sowohl auf Anwendungen von der Erdoberfläche aus, wie auf Bohrlochmethoden und Offshore-Techniken eingegangen. Eine Applikationsmatrix hilft bei der Methodenauswahl. Hinweise zu Ausschreibungen fehlen ebenso wenig wie Maßnahmen zur Qualitätssicherung. Das Merkblatt richtet sich an alle, die seismische Messungen zur Baugrunderkundung ausschreiben oder anbieten bzw. mit den Ergebnissen arbeiten.

Ein vom Fachausschuss „Zerstörungsfreie Prüfung im Bauwesen“/Unterausschuss „Baugrunduntersuchungen“ betreutes und von Dr. ERNST NIEDERLEITHINGER (BAM) und Prof. Dr. FRANK WUTTKE (Bauhaus-Universität Weimar, inzwischen Christian-Albrechts-Universität Kiel) koordiniertes Autorenteam aus Wirtschaft, Universität und Behörde hat das Merkblatt erarbeitet. Eine englische Übersetzung liegt vor. Eine kontinuierliche Aktualisierung und ein weiteres Merkblatt zu anderen geophysikalischen Methoden der Baugrunderkundung sind in Planung.